Multiples et diviseurs

Exercice 1

On se propose de donner une règle de calcul mental du produit de deux nombres à deux chiffres dont les chiffres des dizaines sont les mêmes et dont la somme des unités vaut 10 : par exemple , pour 43 x 47 on procède de la sorte : $4 \times (4+1) = 20$; $3 \times 7 = 21$ donc $43 \times 47 = 2021$. Justifiez la méthode.

Exercice 2

Si vous avez du mal à vous souvenir de la table de multiplication par 9, utilisez-donc le système suivant : pour trouver la valeur de $9 \times n$ (n étant un nombre entier entre 1 et 9), posez vos deux mains à plat sur la table ; Puis soulevez le nième doigt à partir de la gauche.
Le résultat a pour chiffre des dizaine le nombre de doigts restés à plat à gauche du doigt plié et pour chiffre des unités le nombre de doigts restés à plat à droite
Et maintenant que vous avez constaté la justesse de la méthode, sauriez-vous l'expliquer ?

Exercice 3

- Trouver X tel que le nombre à trois chiffres s'écrivant 2X3 soit divisible par 3.
- Trouver le plus petit nombre multiple simultanément de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
- Trouver les chiffres X et Y sachant que X2Y est multiple de 2, 3 et 7.

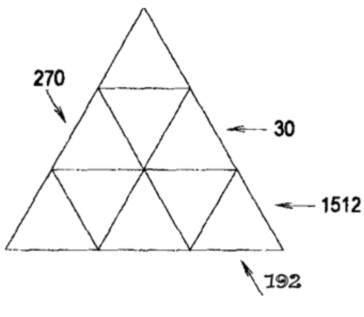
Exercice 4

Dans une corbeille, il y a plus de 500 fruits et moins de 1000 fruits.
Si on les compte quatre par quatre, cinq par cinq ou six par six, il en reste toujours un.
Si on les compte sept par sept, il n'en reste pas.
Combien y a-t-il de fruits dans la corbeille ?

Exercice 5

Trouvez un critère de divisibilité par 7 dans la base 8 (On se limitera aux nombres dont l'écriture n'excède pas 4 chiffres).

Exercice 6



Remplir les cases de ce triangle à l'aide des entiers de 1 à 9, chacun étant utilisé une fois.
Pour chaque flèche on donne le produit des trois ou cinq nombres situés dans la rangée correspondante.

Exercice 7

1. Démontrez que les nombres divisibles par 4 sont ceux dont les deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.
2. En déduire un critère pour la divisibilité par 25.
3. Que peut-on dire pour la divisibilité par 8 ou par 125 ?

Exercice 8

Décomposez en facteurs premiers les nombres entiers naturels 2000 et 1997.

Exercice 9

Le nombre des élèves d'un lycée est compris entre 500 et 1000.
Si on les groupe soit par 18, soit par 20, soit par 24, il en reste finalement toujours 9.
Quel est le nombre d'élèves ?

Exercice 10

Trouver un nombre entier naturel qui, dans la division euclidienne par 25, donne un quotient égal au reste.
Combien y a-t-il de solutions ?

Exercice 11

Dans la division par 5, un nombre A donne un reste de 3.

1. On multiplie A par 14 ; quel est le reste, dans la division par 5, du nombre ainsi obtenu ?
2. on multiplie A par un nombre entier m supérieur à 1. Donner un procédé permettant de calculer le reste, dans la division par 5, du nombre ainsi obtenu. Appliquer ce procédé aux cas où $m = 328$ puis au cas où $m = 5^{36} + 2$.
3. On désigne par A_m le produit de A par m. Compléter le tableau suivant :

Dividende	A	$2A$	$3A$	$4A$	$5A$	$6A$	$7A$	$8A$	$9A$	$10A$
Reste	3									

D'une manière générale, connaissant le reste de la division par 5 de A_m, quel sera le reste de A_{m+1}, dans la division par 5 ?
Comment prévoir, en fonction de m, le reste de A_m dans la division par 5 ?

Exercice 12

Ecrit par Ahmès vers 1650 avant J.C., le papyrus Rhind est actuellement exposé au British Muséum de Londres. Il doit son nom à Henry Rhind, un Anglais qui l'avait acheté à Louxor en 1858, avant de le revendre au British Muséum. Le problème numéro 4 du papyrus traite de la division.
Par exemple, celle de 51 par 8 est à peu près présentée comme suit :

$$\begin{array}{cc|c} & 1 & 8 \\ \rightarrow & 2 & 16 \\ \rightarrow & 4 & 32 \\ & \frac{1}{2} & 4 \\ \rightarrow & \frac{1}{4} & 2 \\ \rightarrow & \frac{1}{8} & 1 \end{array}$$

Ce qui donne : 51 divisé par 8 égale $6 + 2 \times \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8}$.
Présenter la division de 135 par 32 suivant cette méthode.

Exercice 13

Vous demandez à un ami de penser à un nombre supérieur à 10 et inférieur à 100. Vous lui demandez alors de multiplier ce nombre par 15873 puis le résultat par 7. Il vous donne le résultat final et vous lui annoncez le nombre auquel il a pensé.
Expliquez ce tour de magie.

Exercice 14

Choisissez trois entiers consécutifs. Calculez le produit du premier par le dernier. Calculez le carré du deuxième. Que remarquez-vous ?
Trouveriez-vous ce résultat quels que soient les trois entiers consécutifs choisis ?