Les nouveaux programmes de l'école primaire

Mathématiques
Document d'accompagnement

Articulation école collège

Direction de l'enseignement scolaire
Bureau du contenu des enseignements
www.eduscol.education.fr/prog

MATHÉMATIQUES : ARTICULATION ÉCOLE COLLÈGE[1]

Les nouveaux programmes pour l'école primaire (2002) entreront en vigueur à la rentrée 2004 pour la dernière année du cycle des approfondissements (ancienne classe de CM2). Ce document a pour objet de préciser, pour les enseignants du cycle des approfondissements de l'école primaire et pour ceux du collège, les aspects les plus significatifs à prendre en compte pour aider à une bonne articulation entre école primaire et collège. Il peut, en particulier, être utilisé dans des actions de formation impliquant des enseignants de ces deux niveaux.
Le document d'application associé aux nouveaux programmes 2002 précise les contenus travaillés au cycle 3 et en Sixième, en particulier quant aux niveaux d'appropriation attendus pour les notions travaillées à ces deux étapes de la scolarité. Le programme de sixième peut donner l'impression que rien de vraiment nouveau n'y est enseigné. En réalité, les notions communes aux programmes de l'école primaire et du début du collège ne sont pas envisagées avec les mêmes objectifs : certaines, en cours de construction au cycle 3, sont approfondies et consolidées en Sixième ; d'autres, comme la proportionnalité, font l'objet d'une première approche au cycle 3 dans le cadre de la résolution de problèmes et sont ensuite progressivement formalisées et généralisées tout au long du collège.
Au cycle 3, puis au collège, les connaissances mathématiques deviennent des outils disponibles et mobilisables pour traiter des situations dans d'autres champs disciplinaires : sciences expérimentales, technologie, géographie... A l'école élémentaire, le travail avec un maître unique favorise ces mises en relation. Au collège, des échanges entre les professeurs de différentes disciplines sont nécessaires pour permettre de saisir les opportunités offertes par d'autres domaines et pour se tenir informés sur l'utilisation qui y est faite de notions mathématiques, notamment lorsqu'elles sont introduites pour les besoins propres de ces domaines.

1. Une place centrale pour la résolution de problèmes

A l'école primaire, comme au collège, la résolution de problèmes est placée au centre de l'activité mathématique des élèves. Les deux programmes mettent l'accent sur les mêmes objectifs et proposent des compétences voisines, par exemple:

- “ *capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver* ” au cycle 3 et “ *capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive* ” en sixième ;
- “ *faire des hypothèses et les tester* ” au cycle 3 et “ *conjecturer un résultat* ” en sixième ;
- “ *argumenter à propos de la validité d'une solution* ” au cycle 3 et “ *bâtir une argumentation* ” en sixième ;
- “ *vérifier les résultats obtenus et formuler une réponse dans les termes du problème* ” au cycle 3 et “ *contrôler les résultats obtenus et évaluer leur pertinence en fonction du problème étudié* ” en sixième.

Au cycle des approfondissements, comme au collège, la résolution de problème permet la construction et l'appropriation de nouvelles connaissances et favorise la compréhension des notions et des techniques. Le programme du cycle 3 précise : *“ La résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées : nombres entiers et décimaux, calcul avec ces nombres, approche des fractions, objets du plan et l'espace et certaines de leurs propriétés, mesure de quelques grandeurs ”*. Le domaine numérique n'est donc pas le seul concerné.
À l'école primaire, différents types de problèmes sont identifiés, avec des fonctions différentes :

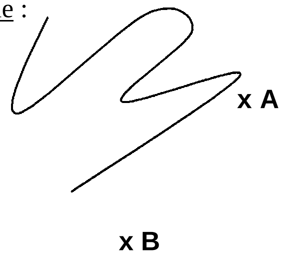
- **les problèmes d'application et de réinvestissement** sont destinés à permettre l'utilisation des connaissances ;
- **les problèmes « complexes »** offrent l'occasion de mobiliser plusieurs connaissances mathématiques dans des situations proches de la vie de l'élève, effectivement vécues par la classe ou en relation avec d'autres domaines de savoir ; ces problèmes demandent aux élèves d'organiser une démarche raisonnée, de poser des étapes intermédiaires, de programmer des calculs, des constructions ;
- **les problèmes de recherche**, pour lesquels les élèves ne disposent pas de solution experte ont pour objectif le développement d'une attitude de recherche et/ou la construction d'une nouvelle connaissance.

La même classification peut être retenue pour le collège, en précisant que selon le moment où il est proposé aux élèves, **un même problème peut avoir l'une ou l'autre des fonctions indiquées**.
Sur le long temps de l'apprentissage, ces problèmes sont d'abord résolus à l'aide de *procédures personnelles,* avant d'être résolus par des ***procédures expertes***.
<u>Premier exemple</u> : “ *Avec 385 roses, on veut réaliser des bouquets tous composés de 16 roses. Combien de bouquets peut-on réaliser ? ”*. Ce problème peut être résolu en début de cycle 3 :
- par soustractions successives : 385 – 16 = 369 puis 369 – 16 = 353 et ensuite 353 – 16 = 337, et plus ou moins “ vite ” jusqu'à 17 - 16 = 1 ; on a effectué 24 opérations qui correspondent à 24 bouquets ;
- par un raisonnement du type : avec 160 roses, on fait 10 bouquets, donc avec 320 roses, on fait 20 bouquets et comme 385 – 320 = 65 on peut faire 4 bouquets de plus, la réponse est 24 bouquets.

[1] Ce document a été élaboré par la Commission mathématique rattachée au Groupe d'experts pour les programmes de l'école primaire. Cette commission, pilotée par Roland Charnay, est composée de Mmes Luce Dossat, Catherine Houdement, Nicole Matulik et de M. Jean Fromentin, Guy Pigot et Paul Planchette.

La procédure experte pour résoudre ce type de problème (utilisation de la division euclidienne), devient disponible en fin de cycle 3 et doit être consolidée en sixième. Elle permet en particulier des problèmes dans lesquels les données numériques sont plus complexes que dans les exemples évoqués.

Deuxième exemple :



“ Placer sur la ligne donnée, le centre d’un cercle passant par les deux points A et B ” est un problème de recherche au cycle 3. En Sixième, après étude du cercle et de la médiatrice, il peut être utilisé comme problème complexe. Il devient un exercice de réinvestissement en quatrième.

Troisième exemple :

En fin de cycle 3 ou en début de sixième, « *Trouver l’aire d’un rectangle de dimensions décimales simples (2,5 cm et 3,2 cm)* » est un problème de recherche : cette aire peut être déterminée par comptage d’unités d’aire et de fractions d’unité, après avoir réalisé un pavage du rectangle ou en recourant à un changement d’unités de longueur pour se ramener à des dimensions entières, ou encore en décomposant le rectangle en deux rectangles accolés de dimensions respectives 2 cm sur 3,2 cm et 0,5 cm sur 3,2 cm et en utilisant le fait que 0,5 = $\frac{1}{2}$. Le recours à la multiplication de deux décimaux sera la solution experte attendue en fin de sixième.

Les mêmes types de problèmes peuvent donc être proposés à l’école et au collège ; ce sont les procédures de traitement qui évoluent.

2. Les contenus , les compétences

2.1 Exploitation de données numériques

Cet intitulé, nouveau dans les programmes de l’école primaire, ne recouvre pas exactement le même champ d’activités que celui du collège dont le titre est « Organisation et gestion de données. Fonctions ». Il correspond au travail sur les problèmes dans lesquels les nombres et le calcul interviennent comme outils pour organiser, prévoir, choisir, décider, à travers trois rubriques :

- problèmes relevant des quatre opérations ;
- proportionnalité ;
- organisation et représentations de données numériques.

A la fin du cycle 3, l’objectif visé est que les élèves soient capables de **reconnaître et de résoudre la plupart des problèmes qui peuvent être traités par une seule opération**. Cependant, à l’entrée en sixième, un nombre important d’élèves rencontrent encore des difficultés, en particulier lorsque la division est en jeu. A l'école primaire, les situations dites « de division » sont traitées par des procédures diverses selon la représentation que s'en fait l'élève : addition ou soustraction réitérée, essais de produits, produits à trous, suites de multiples, division. L'étude de cette opération étant programmée sur plusieurs années, cet apprentissage se poursuit donc en sixième, le recours direct à la division devant devenir plus systématique.

Plus généralement, le travail sur le sens des opérations doit être poursuivi au collège, en se référant à des typologies de problèmes qui permettent d’en apprécier la difficulté. La résolution de « petits problèmes » qui peuvent être résolus par le seul calcul mental est pour cela un moyen efficace.

A l'école primaire, on n'étudie pas la **proportionnalité** pour elle-même, mais on la fait fonctionner comme "outil". Les élèves sont confrontés à de nombreux problèmes qu’ils résolvent en utilisant des raisonnements appuyés implicitement sur des propriétés de la proportionnalité :

- les propriétés de linéarité sont celles qui sont le plus souvent utilisées : idée de "fois plus" (si j'achète trois fois plus d'objets, je paierai une somme trois fois plus importante...) ;
- le coefficient de proportionnalité est également utilisé, en particulier dans le cas où est mise en jeu une relation entre grandeurs de même nature : mélanges (cinq fois plus d'eau que de sirop), agrandissement ou réduction de figures et échelles (les dimensions sur le papier sont cent fois plus petites que dans la réalité).

Des situations où ces types de raisonnement ne fonctionnent pas sont également proposées (situations de non proportionnalité). La notion de proportionnalité, à la fin de l'école primaire, est donc liée au fonctionnement de certains types de raisonnements contextualisés, appuyés sur l’une des deux propriétés précédentes. Dans cette optique, la reconnaissance d’une situation de proportionnalité n’est pas préalable à sa résolution : elle intervient au cours même de son traitement.

Les situations mettant en jeu les notions de pourcentage, vitesse, échelle ou encore des changements d’unités relèvent de la même approche à l'école primaire... Les problèmes correspondants sont résolus en référence au sens, en utilisant les mêmes types de raisonnement (en se limitant donc à des données qui le permettent), comme le montre l'exemple suivant : "*Un*

objet coûte 240 € et subit une hausse de 20 %". Pour calculer l'augmentation, à la fin de l'école primaire, les élèves peuvent utiliser un raisonnement du type: "*Pour 100 €, la hausse est de 20 € ; pour 200 €, elle est de 40 € ; pour 10 € elle est de 2 €, pour 40 €, elle est donc de 8 €, et pour 240 €, elle sera de 48 €".* La procédure experte pour calculer l'augmentation n'est enseignée qu'en sixième (pour prendre 20% de 240, on calcule 240 x $\frac{20}{100}$ ou 240 x 0,20) et en troisième les élèves apprendront à trouver directement le nouveau prix (en calculant 240 x 1,20).
Sur l'ensemble du collège, une étude systématique de la proportionnalité et de ses applications est envisagée, avec la mise en place progressive de procédures générales (par exemple, pour calculer un pourcentage, une vitesse moyenne…..) qui prendront appui sur les procédures locales et personnelles que les élèves ont pu utiliser à l'école primaire et les remplaceront. L'étude de la fonction linéaire, en fin de collège, fournit un cadre algébrique pour le traitement des problèmes de proportionnalité.
A l'école primaire, les élèves sont amenés à **lire, interpréter et utiliser divers modes de représentations de données** (liste, tableaux, diagrammes, graphiques). Ce travail se poursuit au collège dans le domaine des statistiques. A l'école, comme au collège, l'analyse critique des informations communiquées à travers de tels supports participe à la formation du citoyen

2.2 Connaissance des nombres entiers naturels

A l'issue de l'école primaire, les connaissances relatives à la numération des nombres entiers naturels semblent bien maîtrisées : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture du nombre, lecture et écriture, comparaison et placement sur une droite graduée. Les élèves ont eu l'occasion de s'assurer une première maîtrise de certaines relations arithmétiques entre les nombres : utilisation de relations du type double, moitié, triple, tiers, trois quarts, deux tiers…, relations entre nombres d'usage courant, par exemple entre 5, 10 , 25, 50 , 75, 100 ou entre 5, 15, 30, 45, 60. Elle constitue un point d'appui pour le calcul mental. Cette première culture du nombre entier doit être enrichie et consolidée au collège.
Dans ce domaine comme dans les autres, le professeur de sixième doit s'assurer que le vocabulaire et le symbolisme utilisés sont compris de tous. Les signes < et > sont souvent lus “ plus petit que ” et “ plus grand que ” ; les formulations “ inférieur à ” et “ supérieur à ” sont donc à utiliser progressivement au collège. L'expression “ multiple de … ” est utilisée au cycle 3 avec la signification “ être dans la table de multiplication de … ”, mais le terme “ diviseur ” n'est utilisé que dans le contexte de l'opération division, pour désigner le « nombre qui divise ».

2. 3 Connaissance des fractions et des nombres décimaux

Au cycle 3, **les fractions** puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. L'écriture à virgule est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales, le lien avec le système métrique étant fait ensuite. Seules quelques fractions usuelles (exprimées en demis, quarts, tiers et fractions décimales) sont utilisées par les élèves, et travaillées dans le but d'introduire les nombres décimaux par le biais des fractions décimales. La fraction est introduite en référence au partage d'une unité, le dénominateur indiquant la nature du partage et le numérateur le nombre de “ parts ” considérées ($\frac{3}{4}$, lu « trois quarts », est compris comme « trois fois un quart »). Le travail sur les écritures fractionnaires reste donc modeste à l'école primaire : ni les calculs, ni les comparaisons, ni les égalités ne sont l'objet de compétences devant être acquises à la fin du cycle 3, mais les élèves ont résolu ce type de questions en se référant à la signification de l'écriture fractionnaire. Ils ont appris à encadrer une fraction simple par deux entiers naturels consécutifs et à l'écrire sous forme de somme d'un entier naturel et d'une fraction inférieure à 1. Au collège, notamment en Sixième, où la notion de quotient occupe une place centrale, la signification de l'écriture fractionnaire est étendue à la fraction considérée comme quotient : $\frac{3}{4}$ est conçue comme le nombre quotient de 3 par 4, nombre par lequel il faut multiplier 4 pour obtenir 3. Il appartient donc au professeur de collège de faire le lien entre les deux conceptions, celle utilisée à l'école élémentaire et celle qui est travaillée au collège, et de faire en sorte que le quotient $\frac{a}{b}$ acquiert le statut de nombre, nombre qui peut être approché par un décimal.

La maîtrise des **nombres décimaux** est loin d'être assurée au sortir de l'école primaire. Le sens même de l'écriture à virgule (valeur de chaque chiffre en fonction de sa position) est repris en sixième, en particulier pour assurer une bonne compréhension des procédures de comparaison, d'encadrement et d'intercalation. Dans le prolongement du travail effectué à l'école primaire, plusieurs aspects sont à consolider concernant les nombres décimaux :

- considérer l'écriture à virgule comme une autre écriture des fractions décimales (sens de 1/10, 1/100, ...) ;
- comprendre que les décimaux sont un bon outil pour mesurer des grandeurs, pour repérer des points sur la droite numérique (aspect fondamental pour la comparaison, l'encadrement, les approximations...) ;
- utiliser les décimaux pour approcher le quotient de deux entiers.

Dès l'école primaire, les nombres décimaux peuvent être utilisés dans des problèmes de division prolongée au-delà de la virgule (problèmes de partage de longueurs, par exemple), sans que pour autant l'écriture fractionnaire ne soit introduite pour désigner 1e quotient ni que le calcul de quotients décimaux ne soit systématisé.

En sixième, l'écriture fractionnaire est prolongée à des cas comme $\frac{5,24}{2,1} = \frac{524}{210}$, mais aucune compétence n'est exigible quant à la division dans le cas d'un diviseur décimal.

2. 4 Calcul

L'évolution des outils de calcul dans la société conduit à repenser les objectifs de son enseignement. A l'école comme au collège les programmes distinguent trois types de calcul : mental, instrumenté et posé

Les compétences en calcul mental sont à développer en priorité. La distinction est faite entre ce qu'il est nécessaire de mémoriser ou d'automatiser… et ce qu'il est possible de reconstruire. Le calcul mental, exact ou approché comporte en effet deux aspects : calcul mental automatisé et calcul mental réfléchi.

Le calcul *mental automatisé* correspond à l'idée restrictive qu'on se fait trop souvent du calcul mental, limité à la connaissance par cœur de résultats et de règles. Dans ce domaine, certains résultats comme ceux des tables de multiplication ou certaines règles comme celles de la multiplication par 10 ; 100 ; 1000 doivent être bien mémorisés pour être directement disponibles à l'entrée en Sixième. Cependant, à l'entrée au collège, la connaissance des tables de multiplication n'est pas encore stabilisée pour tous les élèves et doit donc être entretenue. Elle doit être disponible pour l'élève, aussi bien pour donner le résultat d'un produit de deux nombres que pour trouver différentes décompositions d'un nombre ou encore pour déterminer un facteur connaissant un produit et l'autre facteur.

Le calcul *mental réfléchi* correspond à la capacité d'obtenir par une démarche personnelle le résultat d'un calcul, par exemple en le décomposant en calculs plus accessibles. L'élève doit analyser le calcul et élaborer un raisonnement numérique. Il s'appuie alors, souvent implicitement, sur des propriétés des opérations (commutativité, distributivité, associativité) et sur des résultats mémorisés. Si nécessaire, il écrit certains calculs et résultats intermédiaires. En calcul réfléchi, chaque élève met en œuvre, à un moment donné et pour un calcul donné, une procédure personnelle. Dans une même classe, les procédures utilisées peuvent être très variées et donner lieu à des échanges et des débats. Ainsi le résultat de 6 x 15 peut être obtenu en effectuant, par exemple :

- 2 x 15 x 3 (utilisation implicite de l'associativité, de la commutativité, des connaissances des doubles ou des triples au cycle 3) ;
- 6 x 10 + 6 x 5 (utilisation de la distributivité implicite à l'école primaire ou explicite en cinquième) ;
- 10 x 6 = 60 et 60 : 2 = 30 et 60 + 30 (pour un élève qui a pris conscience que multiplier par 5 c'est multiplier par 10 et diviser par 2) ;
- (6 x 30) : 2 ou (6 x 5) x 3 (utilisation implicite de l'associativité).

Les procédures utilisées s'appuient souvent sur des relations arithmétiques connues entre les nombres : pour multiplier 8 par 0,25, il est possible d'utiliser un résultat connu tel que 4 x 0,25 = 1.

Au cycle 3, les élèves évaluent des ordres de grandeurs et, grâce à cela, développent des moyens de contrôle de leurs calculs.

La pratique du calcul mental (automatisé et réfléchi) se poursuit au collège sur les entiers et les décimaux, notamment pour ce qui concerne le calcul approché qui reste un exercice difficile pour beaucoup d'élèves. Il s'étend au calcul avec les fractions, les racines carrées, puis le calcul algébrique. Ainsi la somme $2 + \frac{2}{3}$ peut être traitée :

- en sixième, en référence à la fraction partage et aux grandeurs (« *2 c'est 2 unités ; dans une unité il y a 3 tiers donc 2 unités c'est 6 tiers ; 6 tiers plus 2 tiers, c'est 8 tiers* » ; ce qui se traduit par $\frac{6}{3}+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$) ou en évoquant par exemple l'image mentale de la droite graduée ($\frac{2}{3}$ c'est $1-\frac{1}{3}$ donc $2+\frac{2}{3}$ c'est aussi $3-\frac{1}{3}$ donc $\frac{8}{3}$).
- en fin de cinquième, avec une “ technique ” de mise au même dénominateur : $\frac{6}{3}+\frac{2}{3}$.

L'exemple précédent montre que les procédures élaborées dépendent des conceptions des élèves (appui sur la fraction partage pour la première procédure).

L'aisance en calcul mental apporte une aide à la résolution de problèmes numériques, aussi bien pour élaborer une stratégie en essayant de résoudre le même problème avec des nombres plus familiers que pour vérifier la vraisemblance d'un résultat par un calcul d'ordre de grandeur.

Le calcul instrumenté (usage de la calculatrice) nécessite un apprentissage. Dès le cycle 2, les programmes prévoient l'utilisation de la calculatrice dans quatre directions[2] :

- comme outil de calcul,
- comme instrument dont on cherche à comprendre certaines fonctionnalités,
- pour explorer des phénomènes numériques,
- comme source de problèmes et d'exercices.

---

[2] On peut utilement se reporter au document d'accompagnement relatif à l'usage des calculatrices à l'école primaire, sur le site EDUSCOL à l'adresse www.eduscol.education.fr/primprog

Les élèves de l'école élémentaire sont donc familiarisés **à l'usage raisonné de la calculatrice** : utilisation des fonctions mémoires et facteur constant et des touches parenthèses d'une calculatrice ordinaire. L'utilisation pertinente de la calculatrice (c'est à dire lorsqu'un calcul mental exact ou approché n'est pas approprié) n'est pas spontanée et demande un apprentissage encadré. Les élèves doivent être formés à une lecture critique des résultats affichés, avec en particulier un contrôle de la vraisemblance du résultat par un calcul mental approché.
Au collège, cet apprentissage se poursuit, les programmes insistant sur *"la nécessité d'un travail spécifique avec des calculatrices, tout en veillant à ce que chacun acquiert des connaissances suffisantes en calcul écrit et mental. Il s'agit de conduire tous les élèves du cycle central à une maîtrise des calculatrices scientifiques élémentaires… "*.

En **calcul posé** (techniques opératoires), l'objectif essentiel réside dans la compréhension des techniques utilisées. A l'école primaire, les élèves ont appris à calculer des sommes et des différences de décimaux, des produits de deux entiers naturels ou d'un décimal par un entier, des quotients et restes dans le cas de la division euclidienne, avec possibilité de poser des soustractions intermédiaires et des produits partiels annexes pour déterminer un chiffre du quotient. Le produit de deux décimaux, comme le calcul d'un quotient décimal, ne figure pas au programme du cycle 3. Cet apprentissage relève de la classe de Sixième : technique de calcul et sens (reconnaissance des situations où interviennent le produit de deux décimaux ou un quotient décimal). Cependant, à l'école élémentaire, les élèves ont pu être confrontés à des problèmes du type :

- calcul de "l'aire du rectangle", par exemple en ayant recours à des changements d'unités ou à des procédures personnelles (voir paragraphe 1.1 du présent document) ;
- recherche du "prix de 3,5 kg de fromage à 12,60 € le kg" où ils peuvent utiliser des procédures personnelles, par exemple liées à la proportionnalité, comme calculer le prix de 3 kg, puis celui de 500 g considéré comme la moitié d'un kg (ce qui est permis par les valeurs numériques choisies) ;
- recherche de la valeur obtenue en partageant équitablement 50 € entre 8 personnes : après avoir donné 6 € à chacun, le reste peut être converti en centimes pour poursuivre le partage.

Pour plus de précision on peut se reporter au document d'application pour le cycle 3 (pages 21 à 24).

2.5 Espace et géométrie

L'une des finalités du travail relatif à la géométrie à l'école élémentaire est d'amener les élèves à passer d'une reconnaissance perceptive des objets mathématiques du plan et de l'espace à une connaissance de ces objets appuyée sur certaines propriétés, vérifiées à l'aide d'instruments. Il s'agit également de favoriser la mise en place d'images mentales pour les principaux concepts rencontrés (alignement, parallélisme, longueur, axe de symétrie, angle) et pour les objets géométriques courants (triangle et ses cas particuliers, carré, rectangle, losange, cercle, cube et parallélépipède rectangle), permettant aux élèves de les identifier dans des configurations variées. Les connaissances relatives aux diagonales des quadrilatères ne sont pas exigées à l'école élémentaire.
Cette géométrie est donc essentiellement expérimentale, même si quelques questions nécessitant des déduction doivent déjà être proposées. Elle est organisée autour de cinq grands types de problèmes : reproduire, décrire, représenter, construire, localiser.
Les élèves sont entraînés au maniement d'instruments (équerre, règle, compas, gabarit) sur des supports variés, feuilles de papier quadrillé ou non, en particulier pour le tracé de perpendiculaires et de parallèles (à l'aide de la règle et de l'équerre). Des activités utilisant des logiciels de tracés sur écran d'ordinateur ont également pu être proposées. Une première utilisation des tracés à main levée favorise la construction d'images mentales et aide à anticiper des tracés plus précis.
Un vocabulaire, limité mais précis, est mis en place : face, arête, sommet, côté, segment, milieu, angle, perpendiculaire, parallèle, points alignés, droite, centre, rayon, diamètre, figure symétrique par rapport à une droite, axe de symétrie.
Les connaissances géométriques sont complétées par des connaissances relatives à l'espace : repérage de cases ou de points sur quadrillage, utilisation de plans et de cartes.
Concernant la symétrie, les élèves savent compléter une figure en utilisant des techniques de pliage ou le papier calque. Ils savent aussi construire le symétrique d'une figure sur quadrillage (axe vertical, horizontal ou en suivant une diagonale). La construction du symétrique d'un point et l'étude systématique de la symétrie relèvent du collège.
De premières expériences d'agrandissement ou de réduction de figures sont proposées à l'école primaire, notamment en relation avec la proportionnalité.
En sixième, où la géométrie occupe une place nettement plus importante qu'à l'école primaire (environ un tiers du temps au collège contre un cinquième du temps dédié aux mathématiques à l'école primaire), les élèves ne travaillent pas sur des objets nouveaux. **Les travaux conduits à ce niveau doivent prendre en compte les acquis antérieurs**, évalués avec précision et se fixer de nouveaux enjeux. Ils doivent viser en particulier à **stabiliser les connaissances** des élèves, à **les structurer**, et peu à peu à **les hiérarchiser**... avec, notamment, un objectif d'initiation à la déduction. Les élèves passent d'une lecture globale des dessins géométriques à une lecture ponctuelle : désignation des points par des lettres, identification de points comme intersection de deux droites, cercle comme figure constituée des points situés à une distance donnée d'un point donné. La distinction entre dessin et figure géométrique commence à être établie, notamment en distinguant les propriétés vérifiées expérimentalement et les propriétés établies par déduction. A l'école primaire, les élèves ont commencé à utiliser des lettres pour désigner des points (sommets d'un polygone, extrémités d'un segment), mais le recours aux notations symboliques (// , ⊥, …) ou aux conventions pour désigner des propriétés relèvent du collège où leur introduction doit être progressive et faire l'objet d'une attention particulière.

2. 6 Grandeurs et mesures

Le nouveau programme de l'école primaire insiste sur la nécessité de travailler la compréhension des grandeurs, par des activités de comparaison, de classement et de rangement, préalablement à leur mesure et à l'utilisation de formules.

Les élèves qui arrivent en Sixième ont étudié les unités légales de longueur, de masse et de contenance (système métrique). Lorsque des unités agraires interviennent, les correspondances avec les unités légales sont fournies aux élèves. Ils savent calculer le périmètre d'un rectangle, mais le calcul du périmètre du cercle à l'aide d'une formule n'est pas au programme du cycle 3 et l'introduction du nombre π relève du collège

La notion d'aire est en cours de construction à la fin de l'école élémentaire, le travail visant d'abord la maîtrise de la grandeur (distinction entre aire et périmètre). Les élèves sont aussi entraînés à déterminer des aires par pavage et dénombrement, sans que l'unité d'aire soit forcément un carré. Le travail sur les formules est limité à l'aire du rectangle. En sixième, le travail sur les aires est repris dans le même esprit pour consolider et stabiliser les connaissances des élèves et pour y intégrer celles du programme de sixième.

La notion de volume a pu être approchée à propos de problèmes de contenance mais les élèves n'ont aucune connaissance des unités de volumes (autres que celles relatives aux contenances) et aucune compétence relative aux calculs de volume à partir des dimensions d'un solide. **La construction des connaissances relatives au volume relèvent du collège** (construction de la grandeur, maîtrise des unités et des calculs de volumes).

Le travail sur les angles reste très limité au cycle 3. Seul un travail de comparaison à partir de gabarit est proposé, ainsi qu'une première approche de leur mesure avec l'angle droit comme unité : le demi-angle droit, le quart d'angle droit sont utilisés. **Mais la question générale de la mesure des angles et l'apprentissage de l'utilisation du rapporteur relèvent du collège** : le degré comme unité d'angle comme la mesure de l'angle droit (90°) sont des connaissances du programme de sixième.

Pour les calculs de durée, les élèves utilisent des procédures adaptées à chaque cas. Par exemple, la recherche de la durée de circulation d'un train parti à 13 heures 50 minutes et arrivé à 15 heures 10 minutes peut être obtenue de la façon suivante : de 13 heures 50 minutes à 14 heures, il y a 10 minutes ; de 14 heures à 15 heures, il s'écoule une heure et il reste 10 minutes pour aller de 15 heures à 15 heures 10 minutes ; soit au total 1 heure 20 minutes. Les calculs posés en colonne ne sont pas indispensables.

3. Parler, lire et écrire en mathématiques

L'enseignement des mathématiques, aux côtés d'autres disciplines, contribue au développement des compétences dans le domaine de la maîtrise du langage et de la langue française. Le travail concernant la spécificité des textes utilisés en mathématiques (vocabulaire, notations, syntaxe) est amorcé à l'école élémentaire et doit être poursuivi au collège. Les mathématiques ont en effet recours à la langue ordinaire, mais également à des langages spécifiques, symbolique (notations) et graphique (figures, schémas, diagrammes…). Toutes ces questions peuvent être l'occasion d'un travail conjoint entre professeurs de mathématiques et de français.

3.1 L'oral

Les nouveaux programmes pour l'école primaire insistent sur la place importante de l'oral, dans toutes les disciplines, notamment lors des phases de mise en commun où les élèves sont amenés à expliciter des démarches et des résultats et à échanger des arguments. Au collège comme à l'école primaire, les compétences nécessaires pour la validation et la preuve (articuler et formuler les différentes étapes d'un raisonnement, communiquer, argumenter à propos de la validité d'une solution) sont d'abord travaillées oralement en s'appuyant sur les échanges qui s'instaurent dans la classe ou dans un groupe, avant d'être sollicitées par écrit individuellement.

Au collège, les mathématiques se disent encore avant de s'écrire. Par exemple il est plus facile, pour un élève, de concevoir que $2x$ plus $5x$ est égale à $7x$ ou que $\frac{2}{3}$ plus $\frac{5}{3}$ égale $\frac{7}{3}$ en verbalisant (deux tiers plus cinq tiers est égal à sept tiers) plutôt qu'en travaillant directement sur les écritures symboliques.

A l'école, les problèmes sont souvent présentés aux élèves en utilisant le langage oral : question posée sous forme orale en appui sur une situation matérialisée, situation décrite oralement avec quelques éléments importants écrits au tableau, situation présentée sous forme d'un énoncé écrit, reformulée par l'enseignant ou par les élèves. Au collège, où pour la présentation des problèmes l'écrit prend une place plus importante, le recours à l'oral est également utile pour éviter que certains élèves ne restent à l'écart de l'activité mathématique, en particulier ceux qui ont des difficultés avec la lecture.

Une attention particulière est déjà apportée à l'école primaire aux significations différentes que peuvent avoir les mêmes mots selon qu'ils sont employés dans leur usage courant ou en mathématiques. La même vigilance doit être maintenue au collège. Par exemple : *rayon* du magasin, *rayon* du cercle et *rayon* de soleil ; se tenir *droit*, trait *droit* et angle *droit* ; *agrandir* le garage et *agrandir* une figure de géométrie…

3.2 La lecture

La compréhension d'un texte mathématique demande à la fois des compétences dans le domaine de la langue usuelle, un décodage correct de tous les symboles utilisés et une bonne compréhension des notions mathématiques évoquées.

À l'école primaire, les textes des énoncés évoquent souvent des situations dites concrètes et sont exprimés le plus souvent possible dans le langage courant. En passant au collège, les élèves vont rencontrer des textes dont la syntaxe et la formulation sont une source de difficulté supplémentaire. Par exemple la lecture d'une consigne comme “ *Trace la droite perpendiculaire à la droite D qui passe par le point A* ” nécessite usuellement de comprendre que c'est la perpendiculaire

demandée qui doit passer par le point A. Dans un premier temps l'utilisation d'une consigne formulée en isolant les deux informations facilite la lecture des élèves. Les expressions inusitées dans le langage courant comme : " *Sachant que* ", " *Soit le triangle* ", " *Etant donné* " …, d'abord évitées, doivent ensuite, lorsqu'elles sont rencontrées, faire l'objet d'une lecture encadrée.
Le document d'application associé au programme de cycle 3 rappelle *" qu'il est important que la prise d'informations se fasse sur des supports variés (textes, tableaux, graphiques, schémas) "*. Cette recommandation vaut également pour le collège.
En passant de l'école primaire au collège, les élèves sont amenés plus souvent à lire seuls des informations de référence dans leur cahier ou sur d'autres supports : livre de mathématiques en étude ou à la maison, autres livres ou encyclopédie au centre de documentation, logiciel d'entraînement ou document Internet en salle informatique…. Ces écrits de référence, souvent concis et condensés comportent parfois des formulations et des expressions différentes de celles employées par l'enseignant (en particulier lorsqu'ils n'ont pas été rédigés avec les élèves dans la classe). Ils sont souvent difficiles à décoder et demandent, pour être lus et compris, un travail spécifique réalisé en classe.

3.3 L'écriture

Les nouveaux programmes pour le cycle 3 précisent les différentes fonctions de l'écrit qui restent pertinentes pour le collège :

- Les ***écrits de recherche*** sont des écrits " privés " (brouillon pour soi, pour chercher) qui n'ont pas à être soumis au regard ou à la critique des autres. Ils peuvent, cependant, être consultés par l'enseignant pour aider l'élève dans sa recherche.
- Les ***écrits destinés à être communiqués et discutés*** (au sein d'un groupe ou de la classe) doivent faire l'objet d'une mise en forme pour être lisibles et pour servir éventuellement de support à un débat ;
- Les ***écrits de référence*** contribuent à institutionnaliser des éléments de savoir. Elaborés sous la responsabilité de l'enseignant en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe, ils sont destinés à être conservés.

Au collège, la part des activités écrites, en mathématiques, devient plus importante, en même temps que leur forme se spécifie, que l'exigence de précision dans le vocabulaire s'accroît et que de nombreuses notations apparaissent avec des nouveaux symboles. Il s'agit là d'une des difficultés perçues par les élèves dans le passage de l'école au collège et à laquelle il convient d'être particulièrement attentif. Le vocabulaire et les notations nouvelles sont introduits progressivement au moment où ils deviennent nécessaires. Il s'agit *" d'entraîner les élèves à mieux lire et mieux comprendre un texte mathématique et aussi à produire des textes dont la qualité est destinée à être l'objet d'une amélioration progressive "*. Ce travail sera poursuivi en cinquième et en quatrième.
La comparaison des écrits proposés ou demandés aux élèves de fin de cycle 3 et en sixième constitue un objet d'échange et de formation à privilégier entre enseignants de l'école et du collège.

4. De l'environnement de l'écolier à celui du collégien : diversité des élèves et formes de travail

En passant du CM2 à la sixième, les élèves sont parfois déroutés par le nouvel environnement, les conditions de travail et le découpage du temps qu'ils rencontrent au collège.

4. 1 Le travail personnel

Au collège, les programmes soulignent que " *le travail personnel des élèves, en étude ou à la maison, est essentiel à leur formation* ". Il doit faire l'objet d'une véritable attention afin que le nouveau collégien perçoive le bénéfice qu'il peut en tirer, dans quel but il le fait et quelles en sont les différentes fonctions :

- Les exercices d'entraînement simples, accessibles à tous et éventuellement différenciés, permettent de consolider les connaissances ou de prendre conscience de certaines difficultés qui seront exploitées lors du prochain cours : ils aident à apprendre la leçon.
- Certains travaux demandés sont nécessaires au déroulement de la séance suivante (fabrication ou recherche d'un matériel préparatoire).
- Les travaux individuels de rédaction développent les capacités d'expression écrite, ils permettent ensuite au professeur de formuler par écrit des remarques individualisées amenant éventuellement à une réécriture.

Dans les classes élémentaires, le travail scolaire à faire à la maison est limité : les devoirs écrits sont proscrits ; par contre, des lectures, des recherches, des éléments à mémoriser peuvent constituer le travail proposé aux élèves. Tout travail à la maison fait l'objet d'une vérification par le maître. Progressivement, les élèves de cycle 3 commencent à gérer leur travail sur la semaine. Au collège, les tâches écrites demandées en étude ou à la maison sont nombreuses et parfois importantes dans toutes les disciplines, s'ajoutant aux leçons, avec des supports et des exigences qui varient d'un enseignant à l'autre. Elles exigent des élèves de savoir gérer le temps dont ils disposent à l'extérieur de la classe et de la part des enseignants de trouver un équilibre raisonnable et de définir avec clarté la finalité et l'utilisation qui sera faite de ces travaux.

4. 2 La différenciation

Au collège comme à l'école, la gestion de l'hétérogénéité est une préoccupation pour les enseignants. Pour gérer les différences, il est trop souvent fait uniquement appel à la constitution de groupes homogènes. D'autres possibilités peuvent être utilisées avec le groupe classe :

- permettre aux élèves de réaliser une même tâche avec des démarches personnelles différentes, en fonction de leurs connaissances ;

- varier les supports (énoncés de formes différentes pour un même problème) et les outils (calculatrice disponible ou pas, figure fournie ou pas) en fonction des élèves.

C'est seulement pour les élèves qui rencontrent des difficultés importantes que des dispositifs particuliers doivent être mis en place systématiquement, en réduisant les difficultés de l'écrit par le recours à des supports divers : oralisation, schématisation, verbalisation, reformulation, identification des objectifs de l'activité. **Il serait vain de penser faire progresser les élèves en leur fournissant des stratagèmes qui conduisent à la réalisation de tâches purement mécaniques. Ce serait même un contre-sens.**