

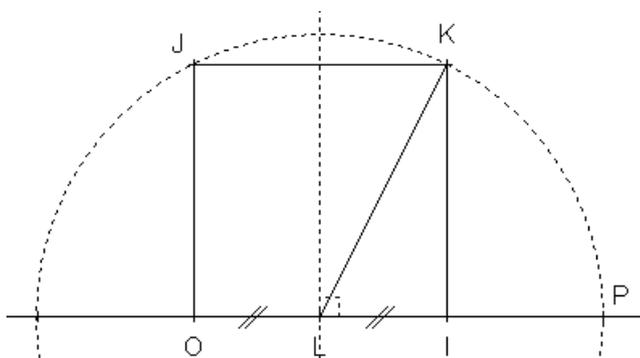
## Décimaux - Rationnels

### Exercice 1

Mettre une croix dans chaque case lorsque le nombre appartient à l'ensemble indiqué.

	3,5	-7	$\frac{7}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{230}{5}$	$\frac{22}{7}$	$\pi$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{100}$
Entiers naturels									
Entiers relatifs									
Décimaux									
Rationnels									
Réels									

### Exercice 2



OIKJ est un carré construit sur la droite (d), L est le milieu du segment [OI] et LP=LK.

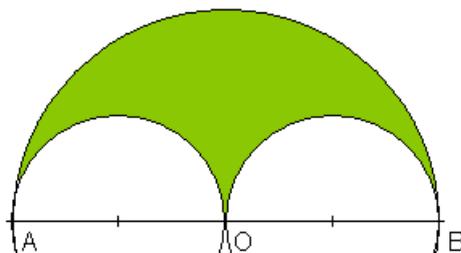
- Démontrer que l'abscisse de P, dans le repère (O ; I) est le nombre  $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  (le nombre d'or).
- Montrer que  $\phi$  est solution de l'équation  $x^2 - x = 1$ . Montrer ensuite que  $\phi = 1 + \frac{1}{\phi}$ .
- Donner un encadrement d'amplitude  $10^{-4}$  du nombre d'or.

### Exercice 3

On se propose de vérifier sur quelques exemples que tout nombre admettant un développement décimal périodique est un nombre rationnel.

- On considère le nombre  $x = 0, \overline{54}$  ( $x = 0, 54545454\dots$ ) dont la période 54 a deux chiffres.
  - Calculer  $100x$ . Justifier que  $100x = 54 + x$ .
  - Résoudre cette équation et en déduire l'écriture de  $x$  en fraction.
- Démontrer de manière analogue que  $0,9999\dots = 1$ .
- Même travail avec les nombres  $19, \overline{78}$  ;  $142, \overline{6472}$  ;  $123, \overline{345678}$ .

### Exercice 4



[AB] mesure 4 cm à 1 mm près. O est le milieu de [AB].

Donner un encadrement de l'aire de la surface colorée. (On prendra :  $3,14 < \pi < 3,15$ )

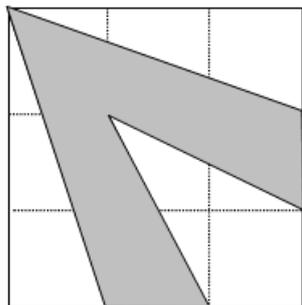
### Exercice 5

Résoudre dans l'ensemble des nombres décimaux, puis dans celui des rationnels, les équations suivantes :

1.  $3x + 4 = x - 5$ .
2.  $9y - 2 = 3(y - 1)$ .
3.  $6z - 1 = 3(z - 4) + \pi$
4.  $(3x + 2)(2 - 5x)(11x + 4) = 0$

### Exercice 6

Quelle fraction de l'aire du carré représente l'aire du chevron gris dans la figure ci-dessous ?



### Exercice 7

Le nombre 10,123456789123456789123456789... est-il décimal ? rationnel ?  
Même question avec le nombre 2,110100100010000...

### Exercice 8

Algorithme de Babylone :

$$A = 1; B = \frac{1}{2}\left(A + \frac{2}{A}\right); C = \frac{1}{2}\left(B + \frac{2}{B}\right); D = \frac{1}{2}\left(C + \frac{2}{C}\right) \dots$$

Calculer  $B$ ,  $C$  et  $D$ , puis donner des valeurs approchées de  $B^2$ ,  $C^2$  et  $D^2$ .

Que peut-on supposer pour la suite des nombres  $A, B, C, D, E \dots$  ?

### Exercice 9

1. Les nombres  $A = \frac{29}{55}$  et  $B = \frac{39}{75}$  sont-ils décimaux ? Comparer ces deux nombres.
2. Trouver un nombre décimal strictement compris entre  $A$  et  $B$ .
3. Trouver un nombre rationnel non décimal strictement compris entre  $A$  et  $B$ .
4. Trouver un nombre irrationnel strictement compris entre  $A$  et  $B$ .

### Exercice 10

Le nombre  $(\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}})^2$  est-il entier ? décimal ? rationnel, réel ?

### Exercice 11

1. Pour quelles valeurs du nombre entier  $p$  le nombre  $\frac{p+8}{p}$  est-il entier ?
2. Pour quelles valeurs du nombre entier  $p$  le nombre  $\frac{p+7}{p-1}$  est-il entier ?
3. Pour quelles valeurs du nombre entier  $p$  le nombre  $\frac{2p+6}{p-1}$  est-il entier ?

### Exercice 12

- Parmi les carrés et les triangles équilatéraux, on veut trouver ceux qui ont le même périmètre. On appellera couple un triangle et un carré de même périmètre.
  - Trouver deux couples en choisissant pour longueur des côtés des nombres entiers
  - Trouver deux couples en choisissant pour longueur des côtés des nombres décimaux non entiers
  - Trouver deux couples en choisissant pour longueur des côtés des nombres rationnels non entiers
  - Trouver deux couples en choisissant pour longueur des côtés des nombres n'appartenant pas aux types précédents.
- On désigne d'une façon générale par  $a$  la longueur du côté du carré et par  $b$  celle du côté du triangle. Quelle relation lie  $a$  et  $b$  lorsque les périmètres sont égaux ?
- Dans le cas où  $a$  et  $b$  sont entiers, de quel nombre le périmètre est-il multiple ? Trouver alors une méthode pour obtenir 10 couples.
- Démontrer que  $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ . Donner une méthode pour obtenir des couples avec  $a$  et  $b$  décimaux non entiers.
- On pose  $a = \frac{1}{p}$  et  $b = \frac{1}{p'}$ , avec  $p$  et  $p'$  entiers strictement positifs. Trouver cinq valeurs de  $p$  et de  $p'$  qui conviennent.

### Exercice 13

Ecrire un entier à la place du # pour que l'écriture fractionnaire  $\frac{\#}{85}$  désigne...

- un entier naturel
- un décimal non entier
- un rationnel non décimal

Mêmes questions avec l'écriture  $\frac{85}{\#}$

### Exercice 14

Déterminer les couples (a,b) de chiffres satisfaisant la double inégalité :  $3,8276 < 3,8ab4 < 3,834$ .