

SUJET N°7

Première partie – Premier volet

Exercice 1

Trouver deux entiers naturels a et b tels que la différence de leurs carrés soit égale à 255.

Exercice 2

1. Soit ABCD un carré de côté a . Soit M un point du segment [AB] et soit N le point de [BC] tel que (MN) soit parallèle à (AC).

On pose $x = AM$. Calculer x afin que l'on ait : $MN = 2 AM$.

2. On considère une feuille de format A4 (21 cm×29,7 cm). On veut y découper un octogone régulier le plus grand possible. Calculer la longueur d'un de ses côtés.

Exercice 3

On considère un cercle de centre O et de rayon r .

1. Expliquer comment on peut tracer deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD] en n'utilisant que la règle non graduée et le compas. (*On suppose que O est donné*). Effectuer la construction.
2. Tracer le cercle de centre C et de rayon AC. Ce cercle coupe [CD] en E. Quelle est la nature du triangle (ABC) ?
3. Calculer, en fonction de r , l'aire du triangle ABC et l'aire de la lunule ADBEA.

Première partie – Deuxième volet

Dans une classe de CE2 où la technique de la division euclidienne n'a pas encore été abordée, l'enseignant donne à ces élèves le problème suivant :

On doit déménager une bibliothèque. Elle a sept étagères.

Sur chaque étagère, il y a vingt deux livres. Dans un carton il rentre onze livres.

Combien faudra-t-il de cartons ?

Les élèves travaillent par groupes de deux. On trouvera en annexe 1 les traces écrites du travail de deux groupes A et B, ainsi que la transcription des dialogues à l'intérieur de ces groupes.

1. Décrire cinq procédures de résolution en les distinguant par les connaissances mathématiques utilisées. Indiquer celles que l'enseignant peut s'attendre à voir apparaître en classe.
2. A partir des traces écrites et des dialogues des groupes A et B, caractériser les procédures de résolution des élèves.
3. Analyser l'interaction des élèves dans chacun des groupes A et B.
4. Caractériser la difficulté rencontrée par le groupe B pour conclure.

Deuxième partie

En annexe 2 est reproduit le « jeu des poupées russes », adapté d'une activité proposée dans le « Livre du Maître » de Grande Section de maternelle, page 102, de la collection « Diagonale - Math en herbe » (Editions Nathan).

Un maître de Grande Section voudrait utiliser ce jeu avec ses élèves, tel qu'il est défini dans le document en annexe. Le but des questions suivantes est d'en faire l'analyse:

1 - Dans le strict domaine des connaissances numériques, de quelles connaissances un élève doit-il disposer pour décider, à chaque pli, quelle carte l'emporte ?

2 - Montrer que les élèves peuvent décider de la carte gagnante par une procédure indépendante de leurs connaissances numériques.

3 - En regardant jouer ses élèves, le maître repère un élève qui utilise une procédure non numérique et décide de jouer contre lui. Montrer que c'est par des interventions didactiques extérieures au jeu que le maître fera apparaître des apprentissages numériques (ou des consolidations).

4 - On arrête la partie quand les deux joueurs ont épuisé une première fois leur tas de 8 cartes. Imaginez deux procédures que pourraient utiliser les élèves pour décider qui a gagné (celui des deux qui a le plus de cartes).

Le maître, ayant fait cette analyse, hésite entre deux modifications :

jeu n° 1 : *Les cartes sont constituées comme sur le document, mais sans chiffre marqué sur les poupées, par contre ceux-ci sont marqués au dos des cartes correspondantes et ils sont tous écrits dans la même taille de caractère. Les cartes sont disposées en piles devant chaque joueur, poupées cachées, chiffres visibles. Gagne celui qui retourne la plus grande poupée. Les élèves sont invités à prévoir qui va gagner.*

jeu n° 2 : *Il s'agit des mêmes cartes que dans le jeu n°1, mais les cartes sont disposées en éventail devant chaque joueur (toujours poupée cachée - chiffre visible) et on peut choisir la carte qu'on va jouer. Le joueur qui gagne un pli joue en premier au pli suivant.*

5 - Discuter brièvement l'intérêt didactique de la modification apportée par le jeu n°1.

6 - Décrire pour le jeu n°2 une stratégie qui permet d'anticiper le gain d'un pli

- pour un joueur qui joue en premier,
- pour un joueur qui joue en second.

7 - Le maître envisage de présenter successivement les deux jeux. Quel ordre proposez-

vous ? (Le choix sera justifié).

8 - Lors d'un autre moment de classe, des jeux semblables sont proposés, les poupées ayant été remplacées par des collections de points.

Quelles différences sur les connaissances concernant le nombre sont-elles introduites par ce changement ?

Annexe 2

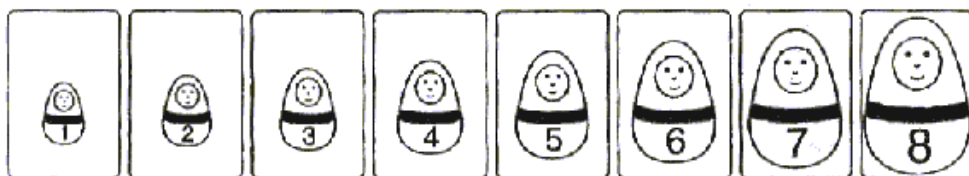
JEU La bataille des poupées russes

Objectifs : Faire comparer des nombres entre 1 et 8.

Matériel : Par joueur, 8 cartes de format identique Précision : ces cartes sont rigides, non transparentes, découpées dans du carton de 1 mm d'épaisseur.

REGLE DU JEU

- On joue à deux joueurs.



- Chaque enfant dispose de 8 cartes.
- Chaque joueur a devant lui sa pile de cartes, retournées. Les joueurs prennent pour chaque pli la carte se trouvant au dessus du paquet.
- Comme au jeu de la bataille, la carte qui porte le nombre le plus grand permet au joueur de l'emporter et de ramasser les deux cartes posées.
- Si les deux cartes sont identiques, il y a bataille, on rajoute alors chacun une carte.
- Le joueur qui a toutes les cartes ou qui a le plus de cartes à la fin de la partie a gagné.

Annexe 1

DIALOGUES TRANSCRITS

Groupe A (élèves A₁ et A₂)

A₁- Il faut 2 cartons, il faut 2 cartons.

A₂- Oui, mais il y a 7 étagères. Il faut faire 22 fois 7 pour avoir les livres... Ça fait 154, 154 livres.

A₁- Écris : 2 cartons pour une étagère. Écris le !

A₂- Oui, attends. Après je fais 154 moins 11, moins 11, moins 11. Encore, encore et puis c'est fini. Il faut faire la phrase, il faut faire la phrase.

A₁- 14 cartons. Écris : il faut 2 cartons pour une étagère.

A₂- Oui et il y a 154 livres en tout. Attends, je refais 154 moins 11, moins 11 encore, encore...

A₂- On y arrive pas, on y arrive pas.

A₁- Non, on y arrive pas.

TRACES ÉCRITES DES ÉLÈVES

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 7 \\ \hline 154 \end{array}$$

Il y a 154 livres en tout.
Il faut 2 cartons.

$$\begin{array}{r} 154 \\ - 11 \\ \hline 143 \\ - 11 \\ \hline 132 \\ - 11 \\ \hline 121 \\ - 11 \\ \hline 110 \\ - 11 \\ \hline 109 \\ - 11 \\ \hline 98 \\ - 11 \\ \hline 87 \end{array}$$

Groupe B (élèves B₁ et B₂)

B₁- Le nombre de livres, le nombre de livres en tout c'est 22, et 22 plus 22, et 22, et 22, et 22. Attends : 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7, c'est ça. Ça fait 154. Il y a 154 livres.

B₂- Oui, 22 fois 7, c'est 22 fois 7. Écris le.

B₁- Après, attends. Les cartons, ils ont 11 livres, 11 livres. C'est une multiplication à trou. Pour trouver 154...

B₁- C'est quoi ça ?

B₂- Il faut faire 11, et 11, et 11, et 11, jusqu'à 154. Attends, je le fais... Voilà : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. 14 cartons. Allez, on va l'écrire. Il y a 154 livres.

B₁- L'opération, c'est 22 multiplié par 7 égale 154.

B₂- Il faut 14 cartons pour déménager...

B₁- C'est quoi l'opération. C'est pas 22 multiplié... C'est 154 multiplié par... Non.

B₂- 14 multiplié par 11, ça fait 154. L'opération, c'est 14 multiplié par 11 égale 154.

$$\begin{array}{r} 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ + 22 \\ 22 \\ \hline 154 \end{array}$$

Il y a 154 livres en tout.
22 x 7 = 154
Il faut 14 cartons pour déménager.
14 x 11 = 154

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 11 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ + 11 \\ \hline 121 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ + 11 \\ \hline 143 \end{array}$$