Correction du sujet n°12

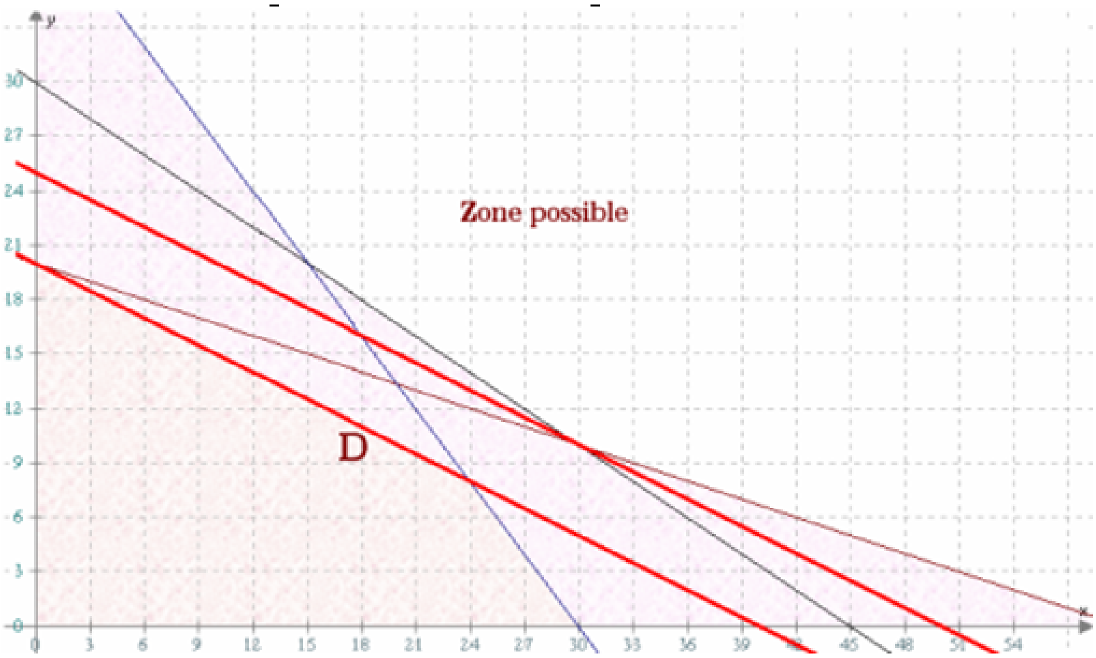
Première partie - Mathématiques

exercice 1 (*6pts*)

1. x et y sont des entiers positifs qui vérifient : $\begin{cases} 2x+3y \geqslant 90 \\ 4x+12y \geqslant 240 \\ 8x+6y \geqslant 240 \end{cases}$ donc $\begin{cases} 2x+3y \geqslant 90 \\ x+3y \geqslant 60 \\ 4x+3y \geqslant 120 \end{cases}$

   (*1pt*)

2. On trace les droites d, d', d " d'équations $2x+3y=90$ (d), $x+3y=60$ (d'), $4x+3y=120$ (d"), ou encore $y=30-\dfrac{2x}{3}$ (d), $y=20-\dfrac{x}{3}$ (d'), $y=40-\dfrac{4x}{3}$ (d").
   Le point O(0,0) se trouve du côté à barrer pour chacune des trois droites. (*1,5pt*)



3.
   (a) Le prix de x lots A et de y lots B est $40x+80y$. (*0,5pt*)

   (b) Pour que le prix des achats n'excède pas 1600 €, il faut que l'on ait : $40x+80y \leqslant 1600$. C'est à dire, $x+2y \leqslant 40$, ou encore $y \leqslant 20-\dfrac{x}{2}$.
   Soit D la droite d'équation $y=20-\dfrac{x}{2}$.
   L'inégalité $y \leqslant 20-\dfrac{x}{2}$ définit un demi-plan de frontière D qui n'a aucune intersection avec la zone déterminée dans la question précédente. 1600 € ne suffisent donc pas. (*1pt*)

   (c) Soit S une somme exactement suffisante pour effectuer les achats. On a alors $40x+80y=S$, c'est à dire : $y=\dfrac{S}{80}-\dfrac{x}{2}$.
   Cette relation est l'équation d'une droite parallèle à D.
   Il faut donc trouver la droite parallèle à D qui remplit les conditions suivantes :

au moins un point de cette droite est dans la zone déterminée plus haut et l'ordonnée à l'origine est la plus faible possible.
On constate que la droite cherchée est celle qui passe par l'intersection des droites d et d'. Ce point d'intersection a pour coordonnées (x, y) solution du système $\left\{\begin{array}{c} y = 30 - 2x/3 \\ y = 20 - x/3 \end{array}\right.$.
On trouve $x = 30$ et $y = 10$. Donc $S = 40 \times 30 + 80 \times 10 = 2000$ €.
L'hôtelier dispose donc de 90 draps de bains, 240 serviettes et $8 \times 30 + 6 \times 10 = 300$ gants de toilette. Il a donc 60 gants de toilettes "en trop ".(*2pts*)

exercice 2 (*2pts*)

Soit x le pourcentage cherché. Le prix a d'abord été augmenté de $x\%$, il a donc été multiplié par $(1 + \frac{x}{100})$, puis il a diminué de $x\%$, il a donc été multiplié par $(1 - \frac{x}{100})$.
Les deux opérations équivalent à une baisse de 6,5%, donc à une multiplication par 0,935.
On a donc l'équation : $(1 + \frac{x}{100})(1 - \frac{x}{100}) = 0,935$.
D'où $(1 - \frac{x^2}{10000}) = 0,935$. D'où : $0,065 \times 10000 = x^2$, c'est à dire $x = \sqrt{650} \approx 25,5$.

Première partie - Analyse de productions

1. La notion sous-jacente est la proportionnalité. (*0,5pt*)
2. .

Élève	Procédure
A	Il utilise probablement la propriété de linéarité additive : Il faut 10 œufs pour 15 personnes et 6 œufs pour 9 personnes, donc 16 œufs pour 15+9=24 personnes. Si on ajoute 10 œufs, on nourrit 15 personnes de plus, donc 39 en tout, si on retire 6 œufs, on retire 9 personnes, il en reste 30.
B	Il considère que 30 personnes représentent 5 groupes de 6 personnes. Or 6 personnes correspondent à un groupe de 15 moins un groupe de 9. Il applique ensuite les deux propriétés de linéarité : $f(k(x - y)) = k \times (f(x) - f(y))$.
C	30 personnes, c'est 2 fois 15 personnes. L'élève utilise la propriété du double (ou de l'homogénéité).
D	L'élève utilise la " règle de trois ".
E	L'élève a trouvé le rapport de proportionnalité à partir des exemples donnés par l'énoncé, il multiplie donc le nombre de personnes par ce coefficient.

(*2,5pts*)

3. – L'élève F part du résultat " il faut 20 œufs pour 30 personnes", il enlève deux œufs et en déduit qu'il faut enlever deux personnes. Il a perdu de vue le caractère multiplicatif du problème.
Il a bien compris que dans les problèmes de proportionnalité il était parfois possible d'appliquer les mêmes calculs aux deux séries proportionnelles, mais il applique cela à une opération (enlever 2) pour laquelle la procédure n'est pas licite.

– L'élève G a interverti les œufs et les convives. Il résout le problème " Combien faut-il d'œufs pour 18 personnes ?". Son erreur est peut-être due à l'automatisme de la résolution suite à la question 1. (*1pt*)

Deuxième partie - Didactique

1. L'apprentissage des décimaux appartient au cycle III, il est engagé en fin de CM1. Les activités proposées en annexe nécessitent un certain degré de maîtrise qui les situe probablement au CM2.(*0,5pt*)

2. Les élèves peuvent convertir toutes les mesures en centimètres puis comparer les entiers.
Ils peuvent classer les performances suivant la partie entière (entre 2 et 3 m, entre 3 et 4m..) puis classer les parties décimales. Cette procédure se rapprocherait de la procédure experte. (*1pt*)

3. (a) Le fait que les nombres aient ou non le même nombre de décimales permet, ou non, de procéder comme pour les entiers.
La présence de 0 dans la partie décimale peut conduire à des erreurs.
La notation fractionnaire peut faciliter la compréhension de la partie décimale.
La présence de l'illustration avec le papier millimétré facilite le rangement. (*1pt*)

   (b) Les élèves ne peuvent pas comparer des écritures fractionnaires en se référant aux règles de comparaison des entiers.
Les décimaux proposés n'ont pas tous le même nombre de décimales.
Les élèves ne peuvent pas utiliser un principe de conversion comme dans l'annexe 3, car aucune mesure n'est suggérée par le contexte. (*1pt*)

4. L'annexe 3 risque d'installer la règle de comparaison : on compare d'abord les parties entières, puis on compare les parties décimales. Cette règle n'est efficace que si les parties décimales sont de la même longueur.
L'annexe 2, en jouant sur les différentes variables (voir questions précédentes) permet d'éviter cet écueil. L'annexe 2, en utilisant des écritures fractionnaires facilite la compréhension de ce qu'est un nombre décimal.
D'un point de vue pédagogique, l'annexe 3 présente toutefois un caractère plus concret, plus motivant. (*1pt*)

5. Le maître peut aider les élèves à placer les nombres sur l'axe, il peut aussi les inciter à homogénéiser les écritures en traduisant les décimaux en fractions ou les fractions en décimaux.
Il peut suggérer l'emploi d'un tableau (dizaines, unités, dixièmes..). (*0,5pt*)

6. (a) Dans l'annexe 3, la première méthode n'indique pas ce qu'il faut faire quand les parties entières ne sont pas égales.

La procédure proposée ne permet pas de conclure pour 7,25 et 7,2.
La deuxième méthode n'explicite pas ce que l'on appelle " au même format ". De plus elle incite à "oublier la virgule", ce qui risque d'être la source d'obstacles didactiques futurs.
Dans l'annexe 4, les différentes étapes de l'algorithme ne sont pas hiérarchisées, mais séparées par un "ou". L'élève peut donc penser qu'on lui propose trois techniques au choix. Toutefois le paragraphe "je retiens" remet l'algorithme en place. On ne peut pas non plus comparer 7,25 et 7,2. (*1pt*)

(b) Si les parties entières sont différentes, le nombre le plus grand est celui qui a la plus grande partie entière.
Si les parties entières sont différentes, on complète avec des zéros, si c'est nécessaire, pour que les deux nombres aient le même nombre de décimales. Le plus grand nombre est alors celui qui a la plus grande partie décimale. (*1pt*)

7. (a) Cet exercice permet de travailler la densité de l'ensemble des décimaux : entre deux nombres décimaux il existe une infinité de nombres décimaux. (*0,5pt*)

(b) Il est important que l'élève ne puisse pas résoudre l'exercice en ignorant les virgules. Par exemple : intercaler un nombre entre 8,4 et 8,7 ne nécessite pas de connaissance sur les décimaux, l'élève cherche un nombre entre 84 et 87 puis il pose la virgule. (*0,5pt*)