Correction du concours blanc n°2

(Corrigé COPIRELEM)

Première partie - Mathématiques

exercice 1 (*2pts*)

1. Exemples possibles : $44 \times 46 = 2024$ $72 \times 78 = 5616$ $25 \times 25 = 625$. (*0,25pt*)
2. Il semble que : le nombre de centaines du produit $a \times b$ de deux nombres entiers vérifiant les conditions de l'énoncé est égal au produit de d, chiffre des dizaines de a et de b par son successeur $d + 1$. Les deux derniers chiffres du produit désignent un nombre égal au produit $u \times u'$. Si $u \times u'$ est inférieur à 10, le chiffre des dizaines est 0. (*0,5pt*)
   Démonstration de cette conjecture :(*1pt*)
   Si on décompose a et b dans la base 10, on obtient : $a = 10d + u$ et $b = 10d + u'$.
   Calculons leur produit : $a \times b = (10d + u) \times (10d + u')$
   Donc $a \times b = 100d^2 + 10du' + 10du + uu' = 100d^2 + 10d(u' + u) + uu'$
   d'où $a \times b = 100d^2 + 10d \times 10 + uu' = 100d(d + 1) + uu'$
3. Pour le premier exemple :
   $44 \times 46 = 4 \times (4 + 1)) \times 100 + 6 \times 4 = 2000 + 24 = 2024$(*0,25pt*)

exercice 2 (*2pts*)

1. L'égalité caractéristique de la division euclidienne : $n = (3 \times k) + 1$ (avec k entier naturel) traduit que 1 est le reste de la division euclidienne de n par 3.
   D'où : $n - 1 = (3 \times k) + 1 - 1$ donc $n - 1 = (3 \times k) + 0$
   Le reste de la division euclidienne par 3 de l'entier qui précède n est 0.
   $n + 1 = (3 \times k) + 1 + 1$ donc $n + 1 = (3 \times k) + 2$
   Le reste de la division euclidienne par 3 de l'entier qui suit n est 2. (*0,5pt*)

2. Soit n un entier naturel. Alors $(n-1)$, n et $(n+1)$ sont trois entiers naturels consécutifs ; leur somme est : $(n - 1) + n + (n + 1) = 3n$.
   Elle est donc divisible par 3. (*0,75pt*)
3. Il suffit d'un contre-exemple
   Soient 1,2, 3 trois nombres entiers naturels consécutifs ; 1,4 et 9 leurs carrés respectifs. $1 + 4 + 9 = 14$ qui n'est pas divisible par 3.
   Donc la somme des carrés de 3 naturels consécutifs n'est pas divisible par 3. (*0,75pt*)

exercice 3 (*4pts*)

1. D'après les données, C est un point du cercle de centre 0, de diamètre [AB] et de rayon 4 cm, d'où OC = OA = 4 cm De plus, AC = 4 cm, donc OC = OA = AC et le triangle ACO est dont équilatéral.
   D'après les données, C est un point du cercle de diamètre [AB]. Donc ACB est un triangle rectangle en C. (triangle inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés). (*0,5pt*)
2. Le segment [AB] est un diamètre du cercle C de centre 0, d'où 0 est le milieu de [AB]. Dans le triangle ACB, H est le milieu de [CB] (donnée) et 0 est le milieu de [AB], Donc (HO) est parallèle à (AC) (droite des milieux dans un triangle). (*0,5pt*)
3. D'après les résultats précédents : CO = CA (première question), donc C est sur la médiatrice de [OA]. I est le milieu de [OA], d'où I est sur la médiatrice de [OA].
   (CI) est donc la médiatrice de [OA]. D est un point de (CI) donc DO = DA, De plus D et C sont les points du cercle de centre O, d'où DO = CO.
   Donc OC = AC = DO = DA. Le quadrilatère CADO est donc un losange.(*0,75pt*)
   Donc (DO) est parallèle à (AC). D'après la question 2, (HO) est parallèle à (AC), Ainsi, les droites

(DO) et (HO) sont donc confondues (par le point O on ne peut mener qu'une parallèle à la droite (AC)) Les points D, H, 0 sont alignés. (*0,75pt*)

4. Nous allons montrer que (CO) est la troisième hauteur dans le triangle CDB, (DH) et (BI) étant les deux autres.
   ABC est rectangle en C, dont (CB) est perpendiculaire à (AC).
   De plus, (OH) ou (DH) est parallèle à (CA), donc (CB) est perpendiculaire à (DH),(DH) est donc une hauteur du triangle CDB.
   D'après la question 3, CADO est un losange, d'où (CD) et (AO), ses 2 diagonales, sont perpendiculaires.
   Or, I et B sont sur la droite (AO) et donc (CD) et (BI) sont perpendiculaires. (BI) est-donc une hauteur du triangle CDB.
   De plus, 0 est sur (DH) et sur (BI), donc 0 est l'orthocentre du triangle CDB. La droite (CO) est donc la hauteur issue de C du triangle CDB, et donc (CO) est perpendiculaire à (BD). (*1pt*)

Première partie - Analyse de productions

1. **Compétences évaluables pour cette activité :** ($6 \times 0,25pt + 0,25pt = 1,75pt$)
   - Connaître le vocabulaire géométrique : carré, côté, cercle, centre.
   - Être capable de construire un carré connaissant la longueur de son côté.
   - Être capable de construire un cercle connaissant son centre et un point de ce cercle.
   - Être capable de construire une figure complexe, c'est-à-dire composée de plusieurs figures de base ayant entre elles des liens définis précisément ; à partir d'une description verbale.
   - Être capable de manipuler, dans un problème de construction, certains instruments de géométrie : règle graduée, équerre, compas.
   - Être capable d'interpréter correctement les désignations de certains points par des lettres. En particulier, la désignation d'un quadrilatère par une lettre pour chacun de ses sommets.

   Chacune de ces compétences est exigible en fin de cycle 3, à part la dernière qui relève explicitement des Programmes de la classe de Sixième. (*0,25pt*)

Élève	**Compétences maîtrisées ou non** (*1pt*)
Thomas	toutes les compétences sont maîtrisées, à part la dernière.
Maxime	toutes les compétences sont maîtrisées sauf la quatrième.
Lucie	toutes les compétences sont maîtrisées avec, éventuellement, une manipulation des instruments un peu approximative pour le tracé de son carré. On remarque un codage des angles droits montrant une bonne connaissance de certaines propriétés de cette propriété du carré.
Nils	toutes les compétences sont maîtrisées sauf la dernière. On remarque, comme pour Lucie, un codage des angles droits montrant une bonne connaissance de cette propriété du carré.
Joan	plusieurs compétences ne sont pas maîtrisées. Il s'agit de la première (connaissance du vocabulaire), de la seconde peut-être (tracé du carré), de la troisième (tracé du cercle), de la cinquième (manipulation visiblement imprécise des instruments) et de la dernière (désignation du carré par ses sommets)

2. (a)
   (b) **Analyse des erreurs commises** (*1,25pt*)
      - Thomas, Nils et Joan (*0,25pt*) font la même erreur dans l'interprétation de la désignation ABCD du carré. Ils ne respectent pas la convention d'écriture disant que l'on nomme les sommets d'un quadrilatère en "tournant autour de celui-ci". Cette erreur est tout à fait habituelle en fin de cycle 3 car cette compétence n'est pas du tout exigible à l'école élémentaire.
      - Maxime (*0,25pt*)semble interpréter les deux phrases de l'énoncé comme deux injonctions

séparées, sans liens entre elles. Il répond d'ailleurs correctement à chaque consigne prise séparément.
  - Joan (*0,75pt*) semble ne pas interpréter correctement les termes " centre " et la locution " passant par... ". Il semble tracer un cercle passant par A et B qui seraient alors diamétralement opposés. Par ailleurs, le tracé de son carré n'est pas satisfaisant. Cela peut provenir de multiples raisons : maladresse dans la manipulation des instruments, non utilisation de l'équerre pour le tracé de l'angle droit (ce qui dénote une connaissance uniquement perceptive du carré), non contrôle de la mesure de chaque côté avec la règle (ce qui dénote le même manque que précédemment).

Deuxième partie - Didactique

Question 1 (*2,25pts*)

1. - Utiliser ses connaissances pour traiter des problèmes.
   - Mettre en œuvre un raisonnement, articuler les différentes étapes d'un raisonnement.
   - Formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit.
   - Lire et comprendre un énoncé, sélectionner les informations. (*2x0,5pt*)
2. Compétences supplémentaires pour chaque problème : $(5 \times 0,25pt)$
   - Problème 1 :
     - Lire et interpréter des données présentées sous une autre forme que celle d'un énoncé écrit classique.
     - Trouver différentes solutions dans un problème qui en comporte effectivement plusieurs (question 2)
     - Chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche (question 2)
     - Faire des essais et les valider..
   - Problème 2 : je n'en ai pas trouvé de spécifique.
   - Problème 3 :
     - Utiliser deux sources d'information, de nature différente, pour résoudre un problème.
     - Trier des informations en rejetant celles qui sont inutiles.
   - Problème 4 :
     - Utiliser et interpréter des informations non numériques (" de septembre à juin... ") qui font références à des connaissances implicites.
     - Trier des informations en rejetant celles qui sont inutiles (prix des timbres).
   - Problème 5 :
     - Résoudre un problème dont la solution est soumise à une double contrainte.
     - Chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche
     - Faire des essais et les valider.

Question 2 (*2,5pts*)

1. Quelques erreurs pouvant être commises : $(2 \times 0,5pt)$
   - Utilisation exclusive des données numériques (26 et 50)
   - Dénombrement inexact des mois entre septembre à juin.
   - Utilisation de l'information inutile concernant le prix du timbre.
   - Dans le calcul de certains produits (26x10 par exemple)
   - Non prise en compte de la contrainte " chaque mois ".
2. Effets possibles des aides : $(2 \times 0,5pt)$
   - Aide 1 : Prise en compte et utilité de la donnée non numérique. Cela nécessite toutefois une compréhension suffisante de la situation pour faire cette interprétation.
   - Aide 1 : semble destinée à faciliter le dénombrement des " mois utiles ". Là aussi, des erreurs de dénombrement restent possibles malgré cette aide (juin à septembre, mois inutiles...)

- Aide 2 : semble destinée à former une meilleure représentation du problème. Elle n'induit aucune réponse. On peut toutefois douter de son efficacité, notamment pour les mauvais lecteurs. La première et la troisième proposition sont en particulier discutables car elles peuvent semer des doutes inutiles.

3. Reformulation possible tenant compte de l'ambiguïté de " chaque " : (*0,5pt*)
On peut, par exemple, préciser " écrivent chacun une lettre ".

Question 3 (*3pts*)

1. Traduction de l'énoncé sous forme mathématique : (*0,5pt*)
Utilisation d'un système de deux équations à deux inconnues. Par exemple, si les inconnues sont X pour le nombre de paquets de 100 feuilles et Y pour le nombre de paquets de 200 feuilles, les relations exprimées par l'énoncé peuvent être traduites par :

$$\begin{cases} X + 2Y = 9 \\ X + Y = 6 \end{cases}$$

2. Procédures de résolution possibles pour un élève de début de cycle 3 : (*0,5pt*)
   - Essais successifs organisés : essai avec un paquet de 100 feuilles et cinq paquets de 200 feuilles, puis avec deux paquets de 100 feuilles et ainsi de suite jusqu'à trouver le couple qui "marche ".
   - Essais et ajustement : essai avec un nombre de paquets de 100 feuilles au hasard, vérification puis ajustement en augmentant ou diminuant ce nombre et en compensant avec le nombre de paquets de 200 feuilles.
3. La difficulté spécifique de ce problème par rapport aux autres est la gestion de la double contrainte portant sur la solution qui est composée de deux nombres. (*0,25pt*)
4. Aide possible pour ce problème : (*1pt*)
L'aide doit faire prendre conscience à l'élève qu'il y a deux types de paquets. Elle doit aussi lui repréciser ce que l'on attend de lui.

Elle a reçu exactement 900 feuilles	OUI-NON
Elle a reçu 6 paquets de 100 feuilles	OUI-NON
Elle a reçu 9 paquets de 100 feuilles	OUI-NON
Elle a reçu 6 paquets de 200 feuilles	OUI-NON
Tu dois calculer combien chaque classe reçoit de feuilles	OUI-NON

5. **Énoncé 2** : 6 enfants jouent ensemble aux petites voitures. Chaque garçon a apporté deux voitures et chaque fille en a apporté une. Ils comptent combien ils ont de voitures en tout : ils en ont 9. Combien y a-t-il de filles et de garçons ? (*0,75pt*)