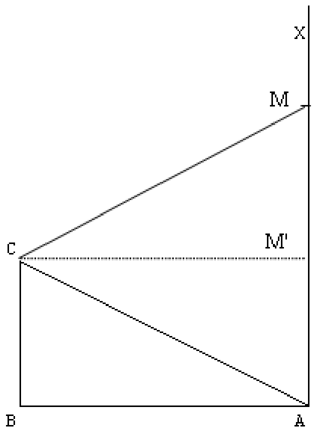
SUJET n°9

Première partie - Mathématiques

exercice 1



1. D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABC, on a :
   $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 16+4=20$. Donc $AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \approx 4,47$ cm.
2. Soit M' le pied de la hauteur issue de C dans le triangle ACM. Le quadrilatère ABCM' est un rectangle car il a trois angles droits. Donc CH=AB. L'aire du triangle ACM est donc $\dfrac{AM \times AB}{2} = \dfrac{m \times 4}{2} = 2m$.
   L'aire du triangle ABC est $\dfrac{AB \times BC}{2} = 4\ cm^2$. Il faut donc que $2m = 3 \times 4$, donc que m=6.
3. (a) ACM est isocèle en A si AM=AC, donc si $m = 2\sqrt{5}$.
   (b) Le triangle ACM est isocèle en C si (CH) est la médiatrice de [AM], donc si $m = 2 \times AH = 4$.
   (c) Le triangle ACM peut être isocèle en M si M est le point d'intersection de (Ax) et de la médiatrice de [AC]. Cette intersection existe car (AC) et (AM) ne sont pas perpendiculaires, donc la médiatrice de [AC] n'est pas parallèle à (AM)
4. (a) Le triangle ACM' est rectangle car ACM'B est un rectangle (voir question 2).
   (b) i.
      ii. Le triangle CM'M est rectangle, on applique le théorème de Pythagore : $CM^2 = M'M^2 + CM'^2 = 8^2 + 4^2 = 80$, donc $CM = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$.
      iii. On a donc $CM^2 = 80$ et $AC^2 + CM^2 = 20+80=100=AM^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ACM est rectangle en C.
5. (a) AC'=AC= $2\sqrt{5}$. CC'=2BC=4. Donc le triangle ACC' n'est pas équilatéral.
   (b) S'il existait un point M tel que ACM soit équilatéral, ce triangle serait à la fois isocèle en A, et en C. D'après les questions précédentes, on aurait donc simultanément m=4 et m=$2\sqrt{5}$. C'est impossible. [1].

---

[1] Autre solution : ACC' n'est pas équilatéral, donc $\widehat{BAC}$ ne mesure pas 30°, donc $\widehat{MAC}$ ne mesure pas 60°

exercice 2

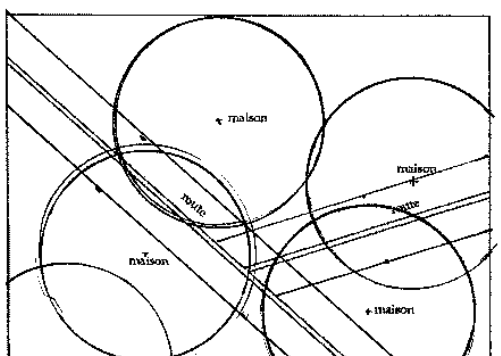
On a : $a = 5q + r$ et $a' = 5q' + r'$. Donc $2a + a' = 5(2q + q') + 3r$.
Comme $r \leqslant 4$ et $r' \leqslant 4$, on a $3r \leqslant 12$.
Si $3r < 5$,(donc si $r \in \{0, 1)$ le reste cherché est $3r$.
Si $5 \leqslant 3r < 9$ (donc si $r \in \{2, 3)$ le reste cherché est $3r - 5$.
Sinon, le reste est $3r - 10$.

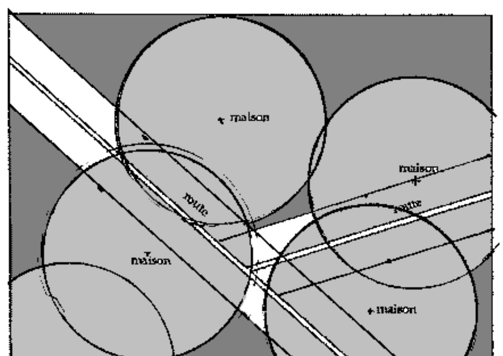
Première partie - Analyse de productions

1. Les élèves doivent savoir construire une figure donc comprendre le vocabulaire géométrique, élaborer une chronologie pour construire le triangle isocèle rectangle, suivre les étapes d'un programme de construction, manipuler correctement les instruments (ici pour tracer un angle droit, trouver un milieu, tracer un demi-cercle).
2. (a) L'élève doit savoir ce qu'est un triangle rectangle et ce qu'est un demi-cercle.
   (b) Il faut au minimum une règle non graduée et un compas. L'élève peut utiliser une équerre pour tracer l'angle droit du triangle rectangle, puis un compas pointé au sommet de l'angle droit pour tracer les deux côtés égaux. Il peut utiliser l'équerre pour trouver le milieu de l'hypoténuse en profitant du fait que la hauteur est axe de symétrie du triangle isocèle. Si le maître autorise la règle graduée, il est probable que les élèves l'emploieront pour tracer les côtés égaux et trouver le milieu de l'hypoténuse.
   (c) Les productions B et D répondent : à la consigne (qui ne précise pas où est le centre du cercle, ni de quel côté de l'hypoténuse se trouve le demi-cercle). Pour A le triangle n'est pas rectangle, pour C il n'y a pas de triangle : on peut supposer que l'élève a confondu " triangle rectangle " et " rectangle ".
3. Tracer un triangle : il doit avoir un angle droit et deux côtés de même longueur.
   Tracer un demi cercle dont le centre est le milieu du grand côté du triangle et qui passe par un des sommets du triangle (ou tracer un demi cercle passant par les trois sommets).

Deuxième partie - Didactique

Etude de l'annexe 2

1. 



On trace un cercle de rayon 1,5 cm autour de chaque maison et on colorie le disque. On trace des parallèles à 5 mm de part et d'autre de chaque route et on colorie l'extérieur. La zone non coloriée correspond aux zones constructibles (à l'exception de la route, bien entendu).

2. Les élèves peuvent utiliser diverses procédures pour calculer la longueur qui représente 600 m sur la figure : produit en croix, division, tableau de proportionnalité..

   Pour tracer la zone, un élève peut utiliser le compas et tracer un cercle de rayon 1,5 cm et de centre la maison, ou tracer différents segments longs de 1,5 cm à partir de la maison, puis rejoindre les extrémités (procédure incorrecte), ou tracer des carrés encadrant la maison, 1,5 cm pouvant être la longueur d'un côté ou d'une demi diagonale.(procédure incorrecte)
3. Les erreurs pouvant être commises sont de natures diverses :
   - erreurs de calcul dans la manipulation de l'échelle.
   - erreurs de tracé de la zone autour d'une maison (cf. procédures incorrectes de la question précédente).
   - imprécisions dans le tracé des parallèles ou dans le tracé des cercles (écartement incorrect).
   - confusion entre l'intérieur et l'extérieur des zones délimités : hachurage de zones incorrectes.
   - non maîtrise du lien entre la distance à un point et la notion de disque.
4. (a) L'élève doit lire l'énoncé, s'approprier le problème, interpréter graphiquement les informations données, effectuer les constructions requises, interpréter les constructions et répondre à la question posée.

   (b) Les connaissances mathématiques prérequises sont les définitions du cercle, des parallèles, le tracé de cercle et de parallèles, la notion d'échelle, la proportionnalité, les notions de surface, d'extérieur et d'intérieur.

   (c) Cette activité peut être utilisée pour construire diverses connaissances : en premier lieu le régionnement du plan à l'aide de disques et de droites, à un moindre degré la notion d'intersection, éventuellement un complément [2] sur la notion d'échelle.

   (d) Institutionnalisation sur le régionnement du plan : caractérisation du cercle, de l'intérieur et de l'extérieur d'un disque en termes de distances, caractérisation d'une droite parallèle en termes de distances.

Etude de l'annexe 3

1. L'élève doit lire l'énoncé, s'approprier le problème, comprendre les indications du graphique, comprendre la méthode de résolution proposée par l'énoncé, compléter cette résolution.
2. Les mêmes compétences que pour l'autre activité, en dehors des compétences de tracé et de calcul.

[2] Il n'est pas imaginable que cette activité serve à introduire la notion d'échelle. Celle-ci est prérequise pour l'activité qui sans cela serait d'un niveau de complexité exagéré.

3. Faute de réelle possibilité de recherche, l'élève ne pourra pas vraiment construire de nouvelles connaissances par cette activité.
4. La consigne n'est pas précise, on peut penser que l'élève peut se limiter à écrire "le réservoir est dans la zone que j'ai hachurée", comme on peut imaginer que l'élève détaille sa démarche.

Comparaison des deux situations

1. La première activité demande à l'élève d'élaborer entièrement sa stratégie de résolution, et peut-être de construire des savoirs mathématiques. C'est donc une vraie activité de recherche. La deuxième activité ne laisse que peu d'initiatives à l'élève. Ce n'est pas une activité de recherche.
2. Les compétences requises (proportionnalité, échelles, constructions géométriques, résolution de problèmes) relèvent bien du cycle 3. La complexité des situations, et la présence d'un problème d'échelles semblent destiner ces activités au CM2.