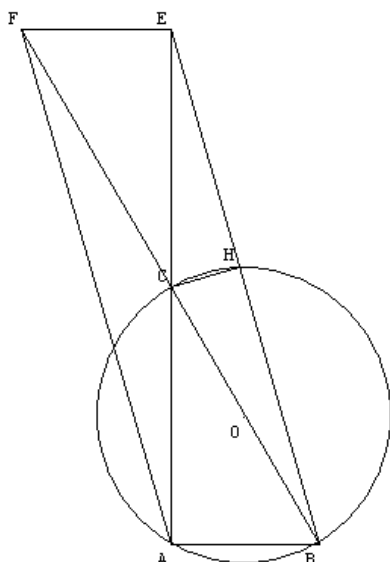


Première partie - Mathématiques



1. On trace $[AB]$ de longueur 4, puis la perpendiculaire à ce segment en A et le cercle de centre B et de rayon 8. C est l'un des deux points d'intersection de la droite et du cercle. (*Les constructions suivantes ne seront pas détaillées dans ce corrigé*). (0,5pt)
2. Le triangle ABC est rectangle donc inscrit dans le demi-cercle de diamètre l'hypoténuse $[BC]$. O est donc le centre du cercle et $BC=2OA$. (0,5pt)
3. On applique le théorème de Pythagore pour

calculer AC :

$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 64 - 16 = 48$. Donc $AC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$. Donc l'aire du triangle

ABC vaut : $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{4 \times 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$ donc
13,8 cm² à 0,01 cm² près par défaut. (1pt)

4. Les points A, C et E sont alignés, donc la droite (AE) est la droite (AC). Comme ABC est rectangle en A, ABE l'est aussi. (0,5pt)
5. L'aire de ABE est double de l'aire de ABC car $AE=2AC$ et la base [AB] est la même. (1pt)
6. L'aire de BCE est égale à l'aire de ABE moins celle de ABC, donc à celle de ABC : $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$. (0,5pt)
7. H est un point du cercle de diamètre [BC], donc l'angle $\widehat{BHC}$ est droit. Donc (CH) et (BE) sont perpendiculaires. Donc [CH] est une hauteur du triangle BCE. (1pt)
8. AFEB est un parallélogramme car ses sommets F et E sont images des sommets B et A par une symétrie centrale. Son aire est égale à $AB \times AE = 32\sqrt{3} \text{ cm}^2$. (1pt)
9. On peut considérer le losange comme la réunion de quatre triangles rectangles de dimensions les demi diagonales. L'aire du losange est donc $4 \times \frac{\frac{d}{2} \times \frac{D}{2}}{2} = \frac{d \times D}{2}$. (1pt)
10. Il suffit de tracer un losange en dessinant quatre fois le triangle ABC, (AB) et (AC) étant les supports des diagonales. (1pt)

Première partie - Analyse de productions

1. Paul a 68 F de moins que Luc, il a donc $213 - 68 = 145$ F.
2. Chloé et Eric ont bien compris que Paul avait moins que Luc et que 68 représentait l'écart entre les deux.
Chloé procède par addition à trous et essais successifs, elle trouve le bon résultat mais se trompe en écrivant sa conclusion.
Eric pose l'opération experte attendue (la soustraction) mais se trompe en l'effectuant. (1pt)
3. L'énoncé contient le mot " plus " inducteur de l'addition. (1pt)
4. Première hypothèse : Eric procède colonne par colonne en enlevant le petit chiffre au grand : $2 - 0 = 2$, $6 - 1 = 5$, $8 - 3 = 5$.
Deuxième hypothèse : Eric procède correctement mais ne tient pas compte des retenues en bas. (1pt)
5. Il suffit qu'il n'y ait pas un écart de 5 entre les deux chiffres d'une même colonne. Par exemple : en remplaçant 68 par 57 dans l'énoncé, la première hypothèse conduit à $213 - 57 = 244$ et la deuxième hypothèse à $213 - 57 = 266$. (1pt)

Deuxième partie - Didactique

1. $a = b = c = d$ et $A = 3$. (0,5pt)
2. Il faut ramener tous les gobelets au niveau du plus rempli, puis rajouter éventuellement le même nombre dans tous les gobelets.
Il faut : $(18 - 15) + (18 - 12) + (18 - 11) = 16$ jetons pour qu'il y en ait 18 dans chaque gobelet, les nombres A qui conviennent sont les nombres du type : $A = 16 + 4k$, où k est un entier naturel quelconque. (1pt)
3. Après répartition, les gobelets doivent contenir chacun le même nombre de jetons, il faut donc que N soit un multiple de 4. Il faut de plus qu'au départ il y ait au maximum $(N/4)$ jetons par gobelet. (1pt)
4. Suivant le même raisonnement que pour la question 2), il faut $(a - b) + (a - c) + (a - d) = 3a - b - c - d$ jetons pour que tous les gobelets contiennent a jetons, donc les nombres A qui conviennent sont les nombres du type : $A = 3a - b - c - d + 4k$, où k est un entier naturel quelconque. (0,5pt)
5. **Résolution de problèmes** : capacité à lire un énoncé, comprendre la question, élaborer une stratégie de résolution, engager une démarche tâtonnée, émettre une conjecture, la vérifier, valider, communiquer...
Connaissance des nombres : notions de plus que, autant que, moins que, plus grand, savoir lire un nombre à un ou deux chiffres, connaissance de la suite des nombres.
Calcul : addition à trou. (1,5pt)
6. Le maître doit expliquer ce que représentent tous les nombres écrits sur les étiquettes, il doit expliquer le but du problème (répartir les jetons) et expliciter la tâche (résoudre le problème et communiquer sa solution). (0,5pt)
7. $3a - b - c - d = 75 - 14 - 19 - 21 = 21$. Il faut donc 21 jetons pour que tous les gobelets contiennent 25 jetons. Un élève peut symboliser graphiquement les gobelets et les jetons et procéder comme s'il remplissait effectivement les gobelets. Il peut commencer par remplir les deuxième, troisième, quatrième gobelet jusqu'à ce qu'ils contiennent 25 jetons, puis il distribue les 16 jetons restant, un à un, dans les quatre gobelets, enfin il compte les jetons dans chaque gobelet et écrit la réponse. Il peut coder son dessin avec des flèches ou des couleurs pour expliquer la répartition des 37 jetons de la boîte. L'élève peut également distribuer les jetons dans les gobelets, sans calculer, puis, décompter et équilibrer.
Une procédure plus experte passera par le calcul, sans recours à des supports graphiques. L'élève fera les calculs : $25 - 19$, $25 - 14$,... et les écrira. (1pt)
8. Les variables sont :
 - les nombres a , b , c , d , (s'ils sont grands, la procédure graphique est peu commode),
 - le nombre A , notamment le nombre k (s'il est grand les élèves peuvent être tentés de distribuer les A jetons puis d'équilibrer),
 - le recours possible ou non à une procédure graphique, voire à de vrais gobelets et jetons,
 - le mode d'organisation du travail (tout seul, en groupes),
 - le nombre de gobelets.(1pt)
9. En grande section, il faut que les enfants disposent de jetons et de gobelets. Il faut que les nombres a , b , c , d (deux ou trois gobelets pourraient sans doute suffire) appartiennent au domaine familier (en dessous de 10). Les élèves distribueront tous les jetons puis équilibreront les gobelets.
Au cours moyen, le problème est purement numérique, sans recours concret ou graphique. On attend des élèves qu'ils additionnent les cinq nombres, divisent par 4 et calculent les différences avec les nombres a , b , c , d . (1pt)