SUJET N°7-CORRECTION

Première partie – Premier volet

Exercice 1

Soient a et b les deux nombres cherchés. On a :

$\begin{cases} a \text{ et } b \text{ sont des entiers naturels} \\ a^2 - b^2 = 255 \end{cases}$ donc $\begin{cases} a \text{ et } b \text{ sont des entiers naturels} \\ (a - b)(a + b) = 255 \end{cases}$

Or la décomposition en facteurs premiers de 255 est : $255 = 3 \times 5 \times 17$.

255 peut donc s'écrire comme produit de deux nombres de quatre manières différentes : 1×255, 3×85, 5×51 et 15×17.

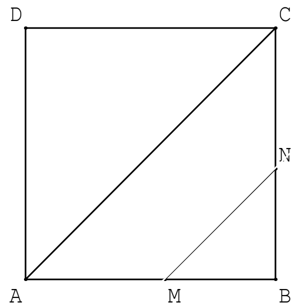
$a - b$ est le plus petit des deux nombres, $a + b$ est le plus grand.

(a,b) est donc solution d'un des systèmes : $\begin{cases} a - b = 1 \\ a + b = 255 \end{cases}$ $\begin{cases} a - b = 3 \\ a + b = 85 \end{cases}$ $\begin{cases} a - b = 5 \\ a + b = 51 \end{cases}$ $\begin{cases} a - b = 17 \\ a + b = 18 \end{cases}$

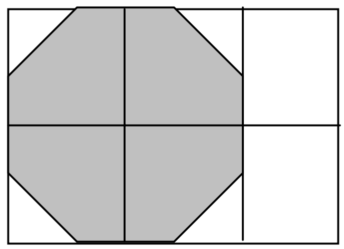
La résolution des quatre systèmes donne respectivement les solutions :

(128,127) ; (44,41) ; (28,23) ; (16,1).

Exercice 2



1. Soit ABCD un carré de côté a. Soit M un point du segment [AB] et soit N le point de [BC] tel que (MN) soit parallèle à (AC).
On pose x = AM. Calculer x afin que l'on ait : MN = 2 AM. LE triangle BMN est rectangle isocèle car il a un angle droit en B et l'angle de sommet M mesure 45° car il est en position de correspondant avec l'angle $\widehat{CAB}$. Donc $MN = BM\sqrt{2} = (a - x)\sqrt{2}$.
x doit donc être solution de l'équation : $2x = (a - x)\sqrt{2}$.
On trouve $x = \dfrac{a\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = a(\sqrt{2} - 1)$

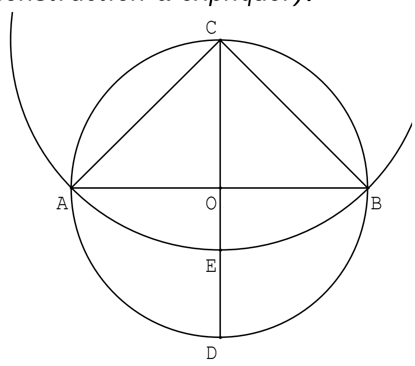


2. L'octogone sera placé comme ci-contre. On retrouve quatre fois la configuration étudiée à la première question. Ici a mesure 10,5 cm, le côté de l'octogone mesure $2x = 2 \times 10{,}5(\sqrt{2} - 1) \approx 8{,}7$ cm.

Exercice 3

On considère un cercle de centre O et de rayon r.

1. On trace une droite passant par O, les deux points d'intersection de cette droite et du cercle sont les extrémités d'un diamètre. On trace la médiatrice de ce diamètre (*construction à expliquer)*. Cette médiatrice coupe le cercle en deux points qui sont les extrémités du deuxième diamètre.



2. ABC est inscrit dans un demi-cercle, c'est donc un triangle rectangle. De plus l'angle $\widehat{CAB}$ est un angle inscrit interceptant un quart de cercle, il mesure donc 45°. Donc ABC est un triangle rectangle isocèle.
3. On a $AC = r\sqrt{2}$ donc l'aire du triangle ABC vaut $\dfrac{AC^2}{2} = r^2$. Le quart de disque CAEB a une aire de $\dfrac{\pi AC^2}{4} = \dfrac{\pi r^2}{2}$, donc la zone délimitée par le premier cercle et la corde [AB] a pour aire $\dfrac{\pi r^2}{2} - r^2$. Le demi disque de diamètre [AB] a pour aire $\dfrac{\pi r^2}{2}$. Donc la lunule a pour aire : $\dfrac{\pi r^2}{2} - \left(\dfrac{\pi r^2}{2} - r^2\right) = r^2$, donc la même aire que le triangle ABC.

Première partie – Deuxième volet

Procédure	**Connaissances mathématiques**	**Attendue ?**
Il faut 2 cartons par étagère, donc $2 \times 7 = 14$ cartons (ou $2+2+2+2+2+2+2 = 14$)	22 est le double de 11. Multiplication. (ou addition)	Oui
Il y a, en tout, $7 \times 22 = 154$ livres. (ou 22+22...) 11+11+11... jusqu'à atteindre 154. Puis on compte les 11.	Addition itérée (et multiplication éventuellement)	Oui

Il y a en tout 154 livres.(7×22 ou 22+22...) 154 - 11=143, 143 - 11=132 ...	Soustraction itérée.	Oui
Il y a en tout 154 livres.(7×22 ou 22+22...) On cherche : 11× ? =154.	Multiplication à trou.	
Il y a 154 livres. Dans 10 cartons il rentre 110 livres. Il reste 44 livres, donc 4 cartons.	Multiplication et utilisation de multiples de 11.	Oui
Procédure graphique plus ou moins simplifiée : l'élève dessine des étagères, des livres, entoure...	Dénombrement	Non, pas à ce niveau.

1. .
2. Le groupe A : A_1 utilise la procédure 1, A_2 la procédure 3.Mais A_2 fait deux erreurs dans ses soustractions.
   Le groupe B : B_1 effectue une addition itérée pour calculer le nombre de livres, B_2 vérifie le résultat à l'aide d'une multiplication. B_1 parle de multiplication à trou et l'explique par l'addition itérée, B_2 traduit par une multiplication.

3. Dans le groupe A, les élèves ne parviennent pas à se comprendre car A_1 applique une procédure multiplicative et A_2 une procédure additive. Dès lors ils s'embrouillent mutuellement. Dans le groupe B les deux élèves sont d'accord pour appliquer une procédure multiplicative, leurs interactions sont des explications mutuelles visant à améliorer la proposition de l'autre.

4. Le groupe B ne parvient pas à trouver quelle est l'opération en jeu, c'est normal car les élèves n'ont pas encore vu la division. Ils repèrent qu'il s'agît d'une situation multiplicative, mais ce n'est pas le produit qui est recherché. Or ils voudraient que la réponse demandée soit le résultat d'une opération.

Deuxième partie

1 – L'élève doit savoir comparer deux nombres donnés par leurs écritures, soit par connaissance du résultat soit en recourant à la comptine numérique ou à une file numérique. Il doit connaître l'ordre des nombres ou savoir le retrouver.

2 – Ils peuvent comparer les tailles des deux poupées ou la taille des chiffres.

3 – Si le maître veut empêcher l'élève d'utiliser la taille de la poupée pour conclure, il faut qu'il cache la carte et lui donne le renseignement du nombre oralement. On peut imaginer diverses variantes : chaque joueur lit la carte de l'autre, ou lit la sienne... l'essentiel est que les deux cartes ne soient pas visibles simultanément.

4 – Les élèves peuvent utiliser une procédure numérique et dénombrer chacune des deux piles puis comparer les nombres trouvés à l'aide de la comptine numérique, ou utiliser une procédure non numérique de correspondance terme à terme. Si l'écart est net, une estimation globale peut suffire.

5 – L'élève est contraint d'utiliser des connaissances numériques pour se prononcer, le recours à la comparaison des tailles n'intervient que dans la phase de vérification.

6 – Pour le joueur qui joue en premier au jeu n°2, la stratégie gagnante consiste à jouer une carte plus forte que la carte la plus forte de l'adversaire, si c'est possible, sinon il faut jouer une autre carte afin de faire tomber la carte la plus forte de l'adversaire. Pour le joueur qui joue en second il faut chercher dans son jeu la carte la plus immédiatement supérieure à celle de l'adversaire. S'il n'y en a pas, il faut se défausser de ses cartes les plus faibles.

7 – Il faut présenter les jeux dans l'ordre 1 puis 2. Le jeu n°1 est beaucoup moins complexe, l'élève n'a pas de choix à faire, il doit simplement comparer deux nombres. Le jeu n°2 demande plusieurs comparaisons et l'utilisation d'une stratégie.

8 – En travaillant avec des collections de points, on donne la possibilité de recourir à toutes les procédures de dénombrement. L'aspect cardinal du nombre est introduit.