

SUJET n°2 - corrigé

PREMIER VOLET

exercice 1

Soit x la somme totale, les parts de chacun des joueurs sont alors respectivement : $\frac{x}{2} - 1500$, $\frac{x}{4}$, $\frac{x}{3} - 500$ et $\frac{x}{5} + 300$.

On a donc l'équation : $\frac{x}{2} - 1500 + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} - 500 + \frac{x}{5} + 300 = x$

D'où, en réduisant au même dénominateur : $\frac{30x}{60} - 1500 + \frac{15x}{60} + \frac{20x}{60} - 500 + \frac{12x}{60} + 300 = \frac{60x}{60}$

Donc : $\frac{17x}{60} = 1700$, d'où $x = 6000$ euros.

Les parts des quatre joueurs sont toutes égales car : $\frac{6000}{2} - 1500 = 1500$, $\frac{6000}{4} = 1500$, $\frac{6000}{3} - 500 = 1500$ et $\frac{x}{5} + 300 = 1500$.

exercice 2

1. Les valeurs de N qui conviennent sont 0, 1, 5 et 6, dont les carrés sont respectivement 0, 1, 25 et 36.
2. Soit du l'écriture en base dix du nombre N .

On doit donc avoir : du^2 se termine par les chiffres d et u . Or $du^2 = (10d+u)^2 = 100d^2 + 20du + u^2$. Le chiffre des unités de du^2 est donc celui de u^2 et le chiffre des dizaines de du^2 est celui de $20du + u^2$. D'après la question précédente, u doit être l'un des chiffres 0, 1, 5 et 6. Examinons les quatre possibilités.

- Si $u = 0$: Alors $20du + u^2 = 0$. Donc le nombre du^2 se termine par deux zéros. Or du est un nombre à deux chiffres, il ne peut pas se terminer par deux zéros. Il n'y a donc pas de solution pour ce cas.
- Si $u = 1$: Alors $20du + u^2 = 20d + 1$. Ce nombre ne peut pas avoir d comme chiffre des dizaines car il faudrait que $2d = d$. Il faudrait donc que $d = 0$. C'est exclu car N est un nombre à deux chiffres.
- Si $u = 5$: Alors $20du + u^2 = 100d + 25$ le chiffre des dizaines de $20du + u^2$ est 2. Donc 25 est le seul nombre qui convient.
- Si $u = 6$: Alors $20du + u^2 = 120d + 36$. Le chiffre des dizaines de $20du + u^2$ est le chiffre des unités de $2d + 3$. Seul $d = 7$ convient.

Il y a donc deux solutions : 25 et 76. $25^2 = 625$ et $76^2 = 5776$

3. On va chercher la solution sous la forme d'un nombre finissant par 25. Soit $c25$ ce nombre. $c25^2 = (100c + 25)^2 = 10000c^2 + 5000c + 625$. Ce nombre se termine par 625. Il suffit donc de prendre $c=6$. On a $625^2 = 390625$.

SECOND VOLET

Introduction

1. Les unités usuelles utilisées au cycle 3 sont : la seconde, la minute, l'heure, le jour, la semaine, le mois, l'année, le siècle.
2. 1 min=60 s, 1h=60 min, 1 j=24 h, 1 semaine = 7 j. Au delà on n'a pas de relation fixe. On considère que approximativement : 1 année = 12 mois = 52 semaines et 1 mois = 30 jours.

Dans le document A

1. (a) $D = (3\text{h } 17\text{min } 41\text{s}) - (2\text{h } 24\text{min } 53\text{s})$
 $D = (3\text{h } 16\text{min } 101\text{s}) - (2\text{h } 24\text{min } 53\text{s})$
 $D = (3\text{h } 16\text{min } 48\text{s}) - (2\text{h } 24\text{min})$
 $D = (2\text{h } 76\text{min } 48\text{s}) - (2\text{h } 24\text{min}) = 52\text{min } 48\text{s}.$

Un élève peut procéder ainsi.
Il peut aussi procéder suivant une technique de complément (addition à trou) : "Je pars de 2h 24min 53s, j'ajoute 7s, j'atteins 2h 25min, j'ajoute 35min, j'atteins 3h, j'ajoute 17min 41s et j'atteins la cible. En tout j'ai ajouté 7s+35min+17min+41s, soit 52min et 48s."
(La méthode qui consisterait à tout convertir en secondes, effectuer la différence puis opérer la conversion inverse n'est pas réaliste sans calculatrice).
- (b) Pour les exercices 3 et 4, L'élève doit connaître les correspondances de conversion (1min=60s...) et savoir les utiliser dans les deux sens, il doit savoir effectuer une addition et une soustraction. Pour l'exercice 10, l'élève doit aussi repérer une situation multiplicative et savoir effectuer la multiplication.
2. D'une manière générale, l'utilisation de la calculatrice est souvent requise afin de favoriser l'exploration d'une situation ou afin d'alléger la tâche de l'élève lorsque le calcul n'est pas l'objectif principal.
 - Dans l'exercice 7, le maître veut voir si l'élève connaît les relations de conversions et s'il sait effectuer un arrondi. Le calcul à la main serait très long car il faudrait effectuer 3 ou 4 divisions euclidiennes. De plus toute erreur de calcul serait fatale. l'emploi de la calculatrice est donc pertinent.
 - Dans l'exercice 9, la question a) serait abordable sans calculatrice. Cette question n'a d'ailleurs pas beaucoup d'intérêt dans ce chapitre. La question b) pourrait l'être également. On attend de l'élève qu'il trouve le nombre vérifiant $N \times 4 = 3600$. Même si la classe n'a pas encore abordé la division, les élèves peuvent développer une stratégie pour trouver le résultat. La calculatrice aurait eu sa place dans un énoncé plus cohérent qui aurait posé comme dernière question : "Combien de fois l'horloge a-t-elle battu si elle n'a jamais cessé de fonctionner depuis sa construction ?"
 - Dans l'exercice 11, les calculs sont élémentaires : différences d'entiers inférieurs à 30 et multiplication par 2. L'emploi de la calculatrice risque plutôt d'induire des stratégies inadaptées si par effet de contrat didactique l'élève croit qu'il faut faire des calculs compliqués puisqu'on autorise une calculatrice.
- (a) Pierre convertit les 10 000 000 secondes en minutes, puis le résultat en heures, puis le résultat en jours. Il cherche ensuite la réponse par un calcul mental.
- (b) Pierre ne s'est pas trompé en utilisant sa calculatrice, le résultat lu est le bon.

Il se trompe dans l'interprétation de de la partie décimale : 0,7 journée ne correspond pas à 7 heures mais à 7 dixième de 24 heures, donc environ 17 heures. Cette erreur est classique, elle est due à l'interférence des bases non décimales utilisées dans la mesure du temps et de la base dix.
La réponse finale est exacte, car cette erreur n'a pas d'influence sur la suite du raisonnement. Pierre ne divise pas le nombre de jours par 30 afin de trouver le nombre de mois, il conclut à partir d'un calcul mental : 115 jours ce n'est pas loin de 4 fois 30 jours, donc de 4 mois.
3. (a) – Une première difficulté provient des problèmes d'intervalles : "entre le 20 et le 31 décembre" peut être interprété différemment par l'élève. Faut-il compter le 20 ? le 31 ?
 - Le mot "diminuait" induit une soustraction, alors qu'il faut faire une addition.
 - On peut ajouter l'ambiguïté dans l'emploi du mot "jour".
- (b) L'utilisation d'un calendrier ou d'une schématisation représentant les jours permettrait de mieux visualiser le problème. Celui-ci serait ainsi ramené à un problème de déplacement sur une file numérique.