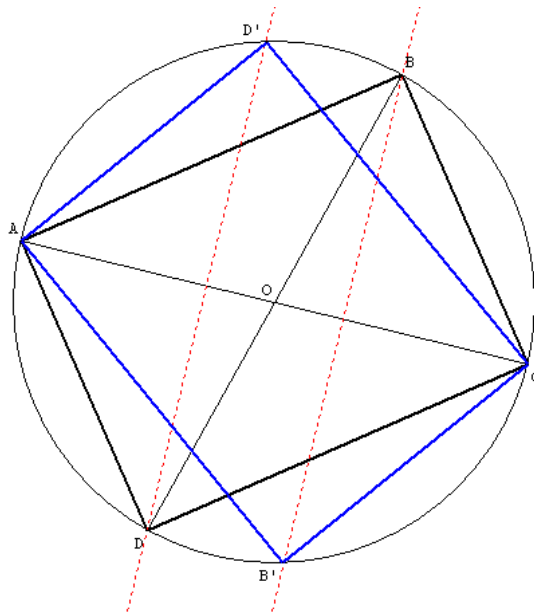


SUJET n°5 - correction

Partie mathématique

1. A l'aide de l'équerre on trace la perpendiculaire en B à (AB), soit C l'autre point d'intersection de cette perpendiculaire avec le cercle. On trace de même la perpendiculaire à (BC) en C et on nomme D l'autre point d'intersection de cette droite avec le cercle. O est l'intersection de [AC] et [BD].¹
2. Le point O est obtenu comme intersection de deux diamètres. On sait que tout triangle rectangle est inscrit dans un demi-cercle de diamètre son hypoténuse, donc [AC] et [BD] sont des diamètres du cercle.
3. Le quadrilatère ABCD a ses diagonales de même longueur et de même milieu puisque ce sont des diamètres d'un même cercle. Donc ABCD est un rectangle.
4. (a) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABC : $AB^2 + BC^2 = AC^2$. Comme $AB=BC$ et $AC=10$ cm, on a : $2AB^2 = 100$
d'où $AB = \sqrt{50} \approx 7,071$ cm.
Une valeur approchée au millimètre près est donc 71 mm.
- (b) L'aire du disque mesure $\pi \times AO^2 = 25\pi$, l'aire du carré mesure 50, donc l'aire extérieure mesure : $25\pi - 50 \approx 28,539$ cm². Une valeur approchée au mm² est donc 2854 mm².
5. (a) A et C restent invariants par la symétrie, il suffit donc de tracer les images de B et de D. Pour cela on trace à l'équerre les droites passant par B et D, perpendiculaires à (AC), ces droites recoupent le cercle en B' et D', images de C et de D par la symétrie.



- (b) Le cercle est symétrique par rapport à (AC) donc l'image du rectangle ABCD par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est un rectangle inscrit dans le même cercle.

Analyse de productions

1. – L'élève peut calculer la masse totale des deux personnes déjà présentes dans l'ascenseur ($90+70=160$), puis calculer la masse encore disponible ($200-160=40$) et comparer le

¹ Remarque : si les points A et B sont diamétralement opposés sur le cercle, la construction est impossible, il faudrait alors placer un point B' arbitrairement, différent de B et reprendre la construction.

résultat aux masses des trois passagers supplémentaires potentiels.

- L'élève peut calculer les trois sommes ($90+70+80$, $90+70+50$, $90+70+60$) et comparer les résultats à 200.
- L'élève peut calculer la somme $90+70+50$ qui correspond au passager supplémentaire le plus léger, et conclure à partir de là.
- L'élève peut procéder par soustractions successives pour calculer la masse disponible après chaque entrée dans l'ascenseur ($200-90=110$, $110-70=40\dots$)

2. Cet exercice permet d'évaluer les compétences suivantes :

- L'élève sait sélectionner les données d'un problème, les organiser et construire une stratégie de résolution.
- L'élève sait reconnaître un problème de nature additive et choisir les opérations pertinentes.
- L'élève sait comparer des nombres à trois chiffres multiples de 10.
- L'élève sait additionner (et/ou soustraire) des nombres à 2 ou 3 chiffres.

3. Analyse des stratégies

Elève	Procédure	Erreurs	Efficacité
A	Calcule les différentes sommes comme si les différentes personnes entraient successivement dans l'ascenseur dans l'ordre induit pas celui des questions.	Erreurs de calculs dans deux additions. Mauvaise compréhension du problème.	Non, bien que la réponse soit exacte.
B	Calcule la masse des personnes déjà dans l'ascenseur puis ajoute celle de la personne la plus légère. Conclut en constatant que cela dépasse 200.	Non	Oui, s'il a bien raisonné ainsi.
C	Additionne les masses des trois passagers susceptibles de rentrer. La somme n'excède pas 200, il en déduit que les trois peuvent monter.	Oublie qu'il y a déjà deux personnes dans l'ascenseur. (ne prête pas attention au mot " encore " de l'énoncé).	Non
D	Même stratégie que B.	Erreur de calcul qui induit une mauvaise conclusion.	Oui, la réponse est fausse, mais cohérente.
E	Dessine un joli ascenseur et répond sans expliquer son raisonnement.	N'a pas fait l'exercice	Non
F	Calcule les trois totaux possibles et les compare à 200.	Non	Oui

Deuxième partie - Didactique

1. (a) Le contenu mathématique sous-jacent est la division euclidienne.
(b) Les objectifs visés sont : introduire les problèmes de division (objectif du maître), apprendre le vocabulaire de la division euclidienne (quotient, reste, diviseur, dividende) et utiliser l'égalité $a=bq+r$ (attendus pour l'élève).
2. (a) L'élève doit lire l'énoncé, comprendre les questions, y répondre. Pour la question 1), l'activité attendue n'est pas précisée. C'est l'enseignant qui en décidera. Pour la question 2) et la question 3) l'élève peut reprendre l'une des procédures "Cyril-Dorothée-Eric", ou chercher à écrire la relation de la division euclidienne.
L'élève n'est pas vraiment en situation de recherche.
(b) La procédure de Cyril repose sur l'exploitation graphique d'une représentation de la chorale à l'aide d'une collection témoin. Il trace des paquets de 11, le nombre de paquets est le quotient, le reste est le nombre de points qui restent.
Dorothée procède par soustractions successives, dès qu'elle obtient un résultat inférieur à 11, c'est le reste. Le quotient est le nombre de soustractions.
Eric cherche à encadrer le dividende par deux multiples du diviseur. Lorsqu'il dépasse le dividende, le quotient est le multiplicateur précédent du diviseur. Il obtient le reste en effectuant une soustraction.
Les procédures de Dorothée et d'Eric sont classiques au début de l'apprentissage de la division, cependant les nombres sont petits et il est pensable que les élèves trouveraient le résultat sans "dérouler" complètement la procédure. Celle de Cyril semble peu probable au CM1, elle relève davantage du cycle 2.
(c) A partir de la même situation de départ, on pourrait éviter de faire commenter des procédures d'élèves fictifs et faire résoudre les problèmes par les élèves et collecter les procédures employées.
3. (a) La question posée dans l'application 2 ne donne qu'un des nombres en jeu : le dividende. Le diviseur 7 n'est pas donné directement. De plus la forme de la réponse est imposée et elle demande deux nombres. L'élève doit comprendre quels sont ces deux nombres, et savoir lequel correspond à la question posée. Enfin, faute de consigne supplémentaire, il y a plusieurs bonnes réponses : $31 = 7 \times 3 + 10 \dots$
(b) Le reste est nul et l'exigence d'écriture laisse supposer à l'élève que ce n'est pas le cas. Les élèves doivent connaître les cartes. Enfin, ce problème est un problème de partition alors que les deux précédents sont des problèmes de quotition.
Mais cela ne devrait pas compliquer la tâche des élèves.
4. (a) En restant à la chorale : "On prévoit des tambourins pour les enfants qui n'auront pas de place dans un groupe de 11. Combien faut-il prévoir de tambourins au maximum ?". L'élève est ainsi amené à s'interroger sur le statut particulier du reste.
On met en avant le fait que le reste doit être strictement inférieur au diviseur.
(b) "Ecris un énoncé qui utilise l'égalité : $58 = 13 \times 4 + 6$. La réponse devra être l'un des trois nombres : 13, 4, 6." On oblige ainsi l'élève à montrer qu'il a compris les rôles des différents nombres dans la division euclidienne.
(c) Si on suppose qu'il s'agit d'une première leçon sur la division euclidienne, on peut reprendre l'encadré " $47 = (11 \times 4) + 3$ " et la définition des termes "diviseur", "reste"...
On doit aussi indiquer que le reste est toujours strictement inférieur au diviseur.