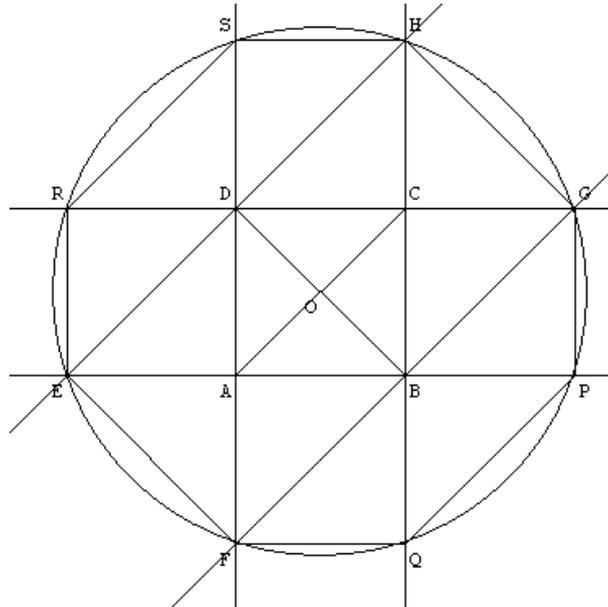


## SUJET n°4 - Correction

### Première partie - Mathématiques

#### exercice 1



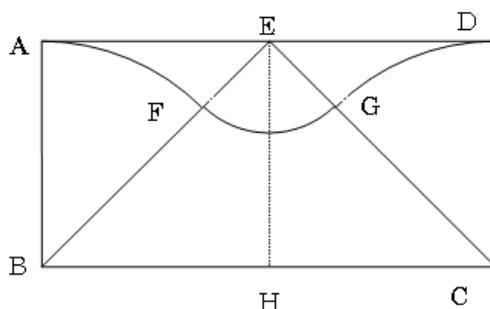
- Le triangle ABF est rectangle isocèle : les droites (AF) et (AB) sont perpendiculaires car ABCD est un carré, les angles  $\widehat{ABF}$  et  $\widehat{BAC}$  sont de même mesure car ils sont en position d'alternes internes avec les droites parallèles (AC) et (FG) et la sécante (AB) ; cette mesure est de  $45^\circ$  car la diagonale (AC) est bissectrice de l'angle droit  $\widehat{BAD}$ . Donc  $BA=AF$ .

On montre de même que ADE, DCH et BCG sont isocèles rectangles. Comme ABCD est un carré, on a  $AB = AE = AD = AF = BC = CD = FG = CH$ . On en déduit que BDEF et BGHD sont deux quadrilatères dont les diagonales sont perpendiculaires, de même longueur et sécantes en leur milieu. Ce sont donc des carrés. Donc EFGH est un rectangle.
- L'aire du quadrilatère EFGH est double de celle du carré FBDE qui elle même vaut quatre fois l'aire du triangle BAD. Or l'aire du carré ABCD vaut deux fois l'aire du triangle BAD. Donc l'aire du quadrilatère EFGH est quatre fois celle du carré ABCD, elle mesure donc  $100 \text{ cm}^2$ .
- Le triangle FDG est isocèle rectangle car il a un angle droit en D et deux angles de  $45^\circ$ . Donc (DB) est un axe de symétrie de ce triangle. On montre de même que (DB) est un axe de symétrie de EBH. Donc  $DH = DE = BF = BG$ . Comme d'autre part  $OB = OD$  car O est le centre du carré ABCD, on peut dire que les triangles rectangles ODE, ODH, OBG et OBF sont superposables, donc leurs hypoténuses sont de même longueur. Donc  $OE = OF = OG = OH$ , ce qui signifie que O est le centre du cercle circonscrit à EFGH. <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Autres solutions : On peut aussi utiliser que FBHD et DEBG sont des parallélogrammes pour montrer que O, milieu de [BD] et de [AC] est aussi milieu de [FH] et de [EG]. Comme on sait que EFGH est un

4. P est le symétrique de A par rapport à B, et Q est le symétrique de C par rapport à B, donc QACP est un parallélogramme. Comme de plus  $AB = BC$ , c'est un losange et comme les côtés [AQ] et [AC] sont perpendiculaires, c'est un carré. On peut calculer  $OP$  à l'aide du théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OCP :  $OP = \sqrt{CP^2 + OF^2} = \sqrt{31,25}$ . On a de même dans le triangle OBF :  $OF = \sqrt{BF^2 + OB^2} = \sqrt{31,25}$ . Donc  $OP=OF$ . On peut montrer de la même façon que  $OQ=OR=OS=OF$ . Donc P,Q,R et S appartiennent au cercle circonscrit à EFGH.
5. L'aire du polygone EFQPGHSR a pour mesure sept fois l'aire du carré ABCD (ou quatorze fois celle du demi-carré), donc  $175 \text{ cm}^2$ .

## exercice 2



### Analyse de la figure :

La figure est constituée d'un rectangle ABCD, dont la longueur est le double de la largeur, on peut donc considérer le rectangle comme la juxtaposition de deux carrés AEHB et EDCH. Les diagonales [EB] et [EC] de ces carrés sont tracées. Enfin des arcs de cercles sont tracés à l'intérieur du rectangle.

**Chronologie de la construction :** (*il faut bien entendu détailler cette chronologie dans la copie*)

On placera le segment [AB] arbitrairement, on construira ensuite le triangle isocèle rectangle AEB, puis le point D, le point C, les segments qui relient ces points, et enfin les arcs de cercle.

**Calcul de la longueur de la courbe** La courbe est la réunion de deux huitièmes de circonférence d'un cercle de rayon 5 et d'un quart de circonférence de rayon  $5\sqrt{2} - 5$ .

Elle mesure donc :  $2 \times \pi \times \frac{10}{8} + \pi \times \frac{2 \times (5\sqrt{2} - 5)}{4} = \pi \frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 11,1 \text{ cm}$ .

---

rectangle, on sait que ses diagonales sont de même longueur. On peut également utiliser la propriété de la droite des milieux dans les triangles EFH et FGH.

## Deuxième partie - Didactique

1. Les élèves ont pu utiliser :

Procédure	Erreurs possibles
<p><b>procédure purement multiplicative :</b> décompte des 43 et des 39, éventuellement aidé d'un pointage, puis multiplication de chacun des nombres trouvés par le prix correspondant.<sup>2</sup></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erreur dans le décompte.</li> <li>- faute de calcul.</li> </ul>
<p><b>procédure purement additive :</b> l'élève recopie en colonne les différents 39, en les barrant au fur et à mesure sur le document, puis il effectue l'addition. Il peut aussi poser l'addition en ligne et utiliser une technique arborescente de regroupements progressifs. Il procède ensuite de même avec les 43.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erreur dans le recopiage des données.</li> <li>- erreur de calcul dans l'addition notamment à cause des retenues.</li> </ul>
<p><b>procédure mixte</b> utilisant la disposition en ligne ou en colonne : décompte des 39 dans chaque colonne (ou dans chaque ligne), calcul par multiplication pour chaque colonne puis somme des trois résultats. Même procédure pour les 43.</p>	<p>comme ci-dessus : erreurs de décompte, de pointage, de calcul.</p>

2. La différence était prévisible. L'énoncé de 92 est facile à identifier comme un problème multiplicatif, d'autant plus que les élèves venaient de travailler ce type d'énoncés. Toutes les données figurent explicitement dans le texte. L'énoncé de 93 est plus complexe. Deux des valeurs nécessaires ne sont pas directement données, l'élève doit donc prendre conscience de cette absence, trouver une stratégie lui permettant de récupérer ces données, mettre en œuvre cette stratégie sans se tromper, ne pas perdre de vue le fil du problème et enfin résoudre un exercice du type de celui de 92.
3. Benoît semble n'avoir pas compris la consigne. La procédure qu'il paraît appliquer (pointer les lignes comportant exactement un 39, calculer la somme partielle correspondant à ces lignes, multiplier par le nombre de lignes, puis procéder de même pour les autres configurations de lignes) ne permet pas de répondre à la question posée, puisqu'elle ne sépare pas les recettes des deux films. Il est toutefois possible que l'élève ait élaboré une stratégie compliquée mais efficace passant par le calcul de la recette globale, puis par le calcul d'une des deux recettes et enfin une soustraction. L'enseignant devrait s'assurer de la justesse de son interprétation en demandant à l'élève de lui expliquer ce qu'il fait. S'il s'avère que l'élève a effectivement mal compris la consigne, l'enseignant lui fera relire l'énoncé, reformuler la consigne afin de le remettre sur les rails. Il est inutile, en effet, de le laisser chercher un énoncé différent, occasionnant une situation d'apprentissage moins riche. Si, en revanche, l'élève annonce une procédure, efficace ou non, qui montre qu'il a bien compris ce que l'on attend de lui, l'enseignant peut laisser l'élève aller au bout de son idée. Il est

<sup>2</sup> Au CE2, il est probable que les élèves ne sauront pas poser la multiplication de 43 par 24, mais ils peuvent développer une stratégie s'appuyant sur la distributivité : ils savent calculer  $43 \times 20$  et  $43 \times 4$ .

également possible que l'élève soit complètement perdu, l'enseignant lui apportera alors une aide dont le degré de guidage dépendra du niveau de l'élève.

4. (a) Les objectifs cognitifs sont :

- repérage des problèmes multiplicatifs : savoir reconnaître qu'un problème est de ce type.
  - prise de conscience de l'économie de calculs apporté par la multiplication par rapport à l'addition.
  - capacité à trier l'information.
  - maîtrise opératoire de la multiplication.

– Le nombre de spectateurs est une variable didactique : s'il y a peu de spectateurs, les procédures additives sont favorisées, s'il y a beaucoup de spectateurs, les procédures multiplicatives s'imposent. Par ailleurs, certains nombres (multiples de 5, de 10) peuvent également pousser l'élève à choisir de multiplier.

L'enseignant, en 93, aurait peut-être eu avantage à proposer un peu plus de données, à augmenter le nombre de spectateurs afin de forcer davantage le passage par la procédure multiplicative.

(b) L'énoncé proposé une semaine plus tard doit comporter les mêmes caractéristiques que l'énoncé 93 :

- une partie des données nécessaires à la réalisation nécessite une étape de traitement d'une information brute.
- le problème se résout le plus efficacement par une procédure multiplicative. On y rajoutera, afin d'éviter les confusions liées à la disposition en colonnes, que les données seront disposées en ligne, ou anarchiquement.

**Exemple :**

Un confiseur propose des chocolats conditionnés en paquets de 12, de 18 ou de 25. Il prend les commandes la veille par téléphone. Aujourd'hui, il a noté les commandes suivantes :

12, 12, 18, 25, 25, 25, 12, 18, 18, 25, 12, 12, 12, 18, 25, 18, 25, 18, 18, 25, 12, 12, 25, 25, 25, 25, 18, 12, 12, 18, 18, 18, 12, 12, 12, 18, 25, 18, 25, 12, 12, 25, 18, 18, 12, 18, 25, 12, 25, 25, 18, 12, 18, 12, 25, 25, 25, 12, 12, 18.

Quelle est la recette du confiseur pour chaque type de chocolats ?