

SUJET n°1 - corrigé

Première partie - Mathématiques

1. $N = 4321$
2. $N = 9876$
3. N peut prendre les valeurs 6543, 6542, 6541, 6532, 6531, 6521, 6432, 6431, 6421, 6321.
4. (a) $D = \overline{mcd u} - \overline{ucd m}$.
C'est à dire : $D = (1000m + 100c + 10d + u) - (1000u + 100d + 10c + m)$, donc
 $D = 999m + 90c - 90d - 999u$
- (b) $D = 9(111m + 10c - 10d - 111)$ donc D étant le produit de 9 par un entier, D est un multiple de 9.
- (c) $D = 999(m - u) + 90(c - d)$. Donc D est maximale si $m - u$ et $c - d$ sont les plus grands possibles. C'est à dire si $m = 9$ et $u = 1$, $c = 8$ et $d = 2$. On a alors $N = 9821$ et $D = 8532$.
- (d) De même, D est minimal si $m - u$ et $c - d$ le sont, donc si $c - d = 1$ et $m - u = 3$. Plusieurs valeurs de N conviennent : 4321, 5432, 6543, 7654, 8765, 9876.
On obtient à chaque fois $D = 3087$.

Deuxième partie - Didactique

Étude du document A

1. La bande numérique permet éventuellement de travailler l'aspect ordinal du nombre, mais surtout l'écriture des nombres en base dix, la compréhension de la régularité du mode d'écriture de ceux-ci.
2. Au début du cycle 2, il est plus naturel de commencer par 1 car le 0 n'est pas ressenti comme l'expression d'une quantité. Il ne prend du sens qu'avec l'écriture décimale. De plus la bande numérique peut également servir de calendrier, et il n'y a pas de "zéro-ième" jour du mois. Enfin, il semble naturel pour les jeunes enfants que le rang de la case corresponde au nombre qui y figure.
3. L'élève doit maîtriser la numération décimale, l'écriture des nombres suivant dizaines, unités, la notion de suivant, particulièrement dans le cas de passage à la dizaine supérieure. Suivant les cas il devra simplement savoir repérer les nombres identiques (8, 19 ou 20 ou 21 ou 22, 55) ou anticiper en cherchant le suivant (68 et 69), avec éventuellement un passage à la dizaine supérieure. (29-30). L'élève doit de plus se montrer capable de comprendre et d'appliquer une consigne, de couper, de coller.
4. Les variables didactiques de la situation sont :
 - **La présence de superpositions** : leur absence induirait un effet de contrat qui conduirait l'élève à réaliser un simple puzzle, la prise d'indices pourrait être plus limitée.
 - **La présence de raccords en début et en fin de dizaine** : l'élève ne peut pas se contenter de regarder le chiffre des dizaines.

- **La présence de cases blanches dans les bandes**, l'élève devant d'abord remplir ces cases afin de trouver les raccords. Dans cette variante, le fait que les cases blanches contiennent des charnières entre deux bandes est également une variable didactique. Une autre variable est l'autorisation ou l'interdiction de remplir les cases. Si l'élève n'a pas le droit d'écrire, il doit mobiliser des procédures mentales et non se contenter de lire des nombres identiques.
- **La présence de bandes inutiles** qui peut induire une multiplicité de solutions. L'élève peut alors avoir à comparer ces solutions pour trouver celle qui donne la bande finale la plus longue.
- **Les instruments autorisés** : si l'élève doit effectivement couper et coller, il peut procéder à une recherche tâtonnée s'apparentant à la résolution d'un puzzle. Si la consigne évolue vers une consigne de codage des bandes à raccorder, l'élève devra mettre en place une procédure différente privilégiant l'analyse des nombres.
- **La présence d'un codage mettant les ruptures de dizaines en évidence** : un tel codage (par exemple l'écriture en gras de 10, 20, 30...) conduirait l'élève à chercher pour chaque nombre la décomposition en dizaines-unités.

Étude du document B

1. Le nombre est considéré comme mémoire d'une quantité, on travaille donc sur l'aspect cardinal. L'activité permet de donner du sens à la numération décimale grâce à la procédure d'échanges, exploitée ici jusqu'à trois niveaux.
2. Thomas, Leïla, Marie et Audrey ont respectivement 9, 5, 5, 25 jetons représentant respectivement 36, 32, 41 et 43 jetons jaunes. On peut craindre que certains élèves ne parviennent pas à départager Leïla et Marie car elles ont toutes deux le même nombre de jetons. Ces élèves n'auraient pas compris le principe d'échange. Pour la même raison, on peut craindre l'erreur envisagée à la question suivante. Par ailleurs, un élève qui aurait compris que les rouges valent beaucoup plus que les jaunes peut être tenté de ne comparer que les jetons rouges.
3. Le maître peut avoir des doutes sur la procédure de Rémi. Peut-être s'est-il contenté de dénombrer les jetons sans tenir compte de la couleur. Les collections proposées par l'ouvrage sont mal choisies car la procédure erronée (le simple dénombrement des jetons sans tenir compte des valeurs) peut permettre de dire que Leïla a perdu et que Audrey a gagné et donc de fournir une réponse correcte.

Il aurait été judicieux de donner, par exemple, un jeton jaune de plus à Leïla et quatre jetons jaunes de moins à Audrey.

		Thomas	Leïla	Marie	Audrey
Ainsi aurait-on eu :	Jetons	9	6	5	21
	Fortune	36	33	41	39

Il n'y aurait plus de confusion entre les classements obtenus en choisissant l'une ou l'autre ligne comme critère.

On peut également choisir de donner une collection de quatre jetons rouges et deux jetons jaunes à Audrey. Ainsi l'élève qui commettrait l'erreur de se contenter de dénombrer les jetons répondrait "Thomas", et la réponse "Audrey" serait exacte sans ambiguïté.