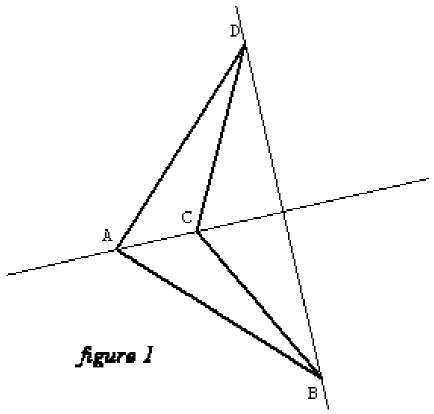
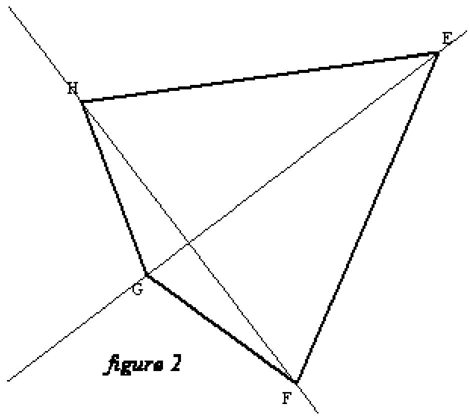
Concours blanc n°1 - Correction

PREMIER VOLET - Première partie

Exercice 1 - *5 pts*

Partie A :





1. Pour construire un isocervolant (figure 1), il suffit de tracer un angle droit de sommet A et sa bissectrice. On choisit B sur un des côtés de l'angle droit et on construit son symétrique D par rapport à la bissectrice. Ensuite on choisit C sur la bissectrice et trace le quadrilatère.

   Pour construire un quadrilatère ayant un axe de symétrie mais n'étant un isocervolant, il suffit de tracer deux triangles isocèles non rectangles de même base (figure 2).
2. Les informations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
   (a) *Un carré est un isocervolant.*
   OUI. Dans un carré les diagonales sont des axes de symétries et tous les angles sont droits. Un carré est donc un isocervolant en ses quatre sommets.
   (b) *Un isocervolant est toujours convexe.*
   NON. La figure 1 est un exemple d'isocervolant non convexe.
   (c) *Tous les rectangles sont des isocervolants.*
   NON. Les seuls rectangles ABCD pour lesquels (AC) est un axe de symétrie sont les carrés.
   (d) *Un isocervolant dont les diagonales se coupent en leur milieu est un carré.*
   OUI. Soit ABCD un isocervolant. Ses diagonales se coupent en leur milieu, donc ABCD est un parallélogramme. Comme il a un angle droit, c'est un rectangle. Comme une diagonale est axe de symétrie, c'est un carré.

Partie B :

1. On construit le segment [AB] de 4 cm à la règle graduée. On prolonge ce segment au delà de A. Avec le compas pointé en A, on place deux points équidistants E et F de A sur (AB). En pointant tour à tour sur E et sur F on trace des arcs de cercles de

même rayon se coupant en deux points. On trace la droite (d) passant par ces deux points, cette droite est la médiatrice de [EF], elle est donc perpendiculaire à (AB) en A.

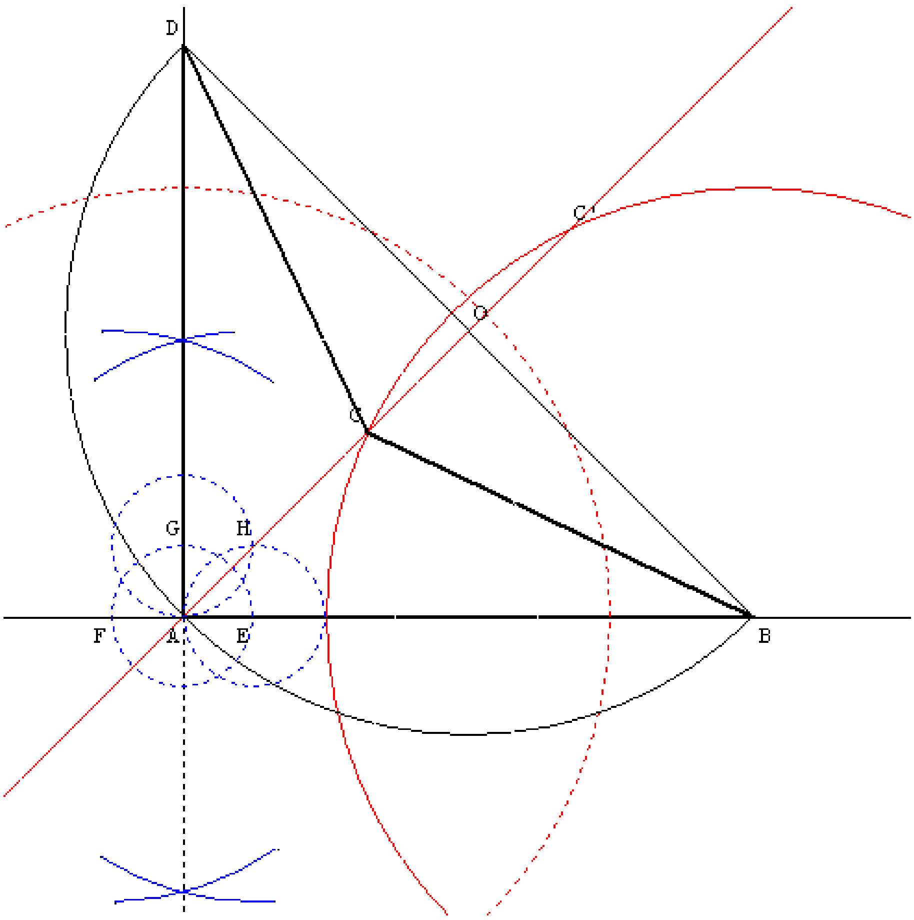
On trace la bissectrice (d') de l'angle $\widehat{\mathrm{A}}$ (on pointe le compas en A, on prend, par exemple, l'ouverture AE, on trace un arc coupant l'autre côté de l'angle droit en G puis on trace deux arcs de cercle de même rayon d'origines E et G, ces arcs se coupent en H et (AH) est la bissectrice cherchée). On sait que le point D est le symétrique de B par rapport à (d'). Donc le triangle BAD est isocèle en A. On peut donc placer D, à la règle ou au compas, car on sait que AD $=$ 4 cm. (On a deux possibilités pour placer D, on en choisit une).

C est sur (d'), à 3 cm de B. On trace le cercle (c) de centre B et de rayon 3 cm.

Ce cercle coupe (d') en deux points. On trace le cercle de (c') de centre A et de rayon 3 cm. Comme AC$<$BC, on choisit celui des deux points qui est à l'intérieur de (c').

2. (a) Le triangle ABD est rectangle en A, par définition de l'isocervolant. Il est donc inscrit dans un demi-cercle de diamètre l'hypoténuse [BD]. Le point O, centre du demi-cercle est le milieu de [BD].

   (b) On peut appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle ABD :
   $\mathrm{BD}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AD}^2 = 16 + 16 = 32$.
   D'où $\mathrm{BD} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \approx 5,66$ cm.



Exercice 2 - *3 pts*

1. Soit a le chiffre des unités de A, il existe donc un entier D tel que : $A = 10D + a$. De même, si b est le chiffre des unités de B, il existe un entier E tel que $B = 10E + b$.
   On a donc $A{\times}B = (10D + a)(10E + b) = 100(D \times E) + 10(D \times b + E \times a) + a \times b$.
   Donc $A{\times}B = 10(10(D \times E) + D \times b + E \times a) + a \times b$.
   Le chiffre des unités de $A{\times}B$ est donc le chiffre des unités de $a \times b$.
2. Soient N et $N + 1$ les deux entiers consécutifs. On a les différents cas :

N a pour chiffre des unités	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$N{+}1$ a pour chiffre des unités	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$N(N{+}1)$ a pour chiffre des unités	0	2	6	2	0	0	2	6	2	0

   Le produit de deux entiers consécutifs se termine donc toujours pas 0, 2 ou 6. Cette condition n'est toutefois pas suffisante car 10 n'est pas le produit de deux entiers consécutifs. [1]
3. 543 398 723 n'est pas le produit de deux entiers consécutifs car ce nombre ne finit pas par 0, 2 ou 6. *(ou car c'est un nombre impair).*

PREMIER VOLET - Deuxième partie - *4 pts*

1. Dans cet exercice on veut évaluer principalement deux compétences : l'élève doit reconnaître un problème "de soustraction" et il doit pouvoir trouver la réponse au moyen d'une procédure personnelle (éventuellement un calcul). On n'attend pas des élèves qu'ils sachent effectuer la soustraction posée, mais qu'ils mettent en œuvre une stratégie de calcul pour trouver le résultat.
2. Soit x le nombre de coureurs ayant abandonné. On a :
   - Addition à trou : $x + 85 = 108$. Le nombre de coureurs ayant abandonné et le nombre de coureurs ayant terminé constituent le nombre de coureurs au départ.(combinaison d'états avec recherche de l'un des états ; logique de partage de la liste des concurrents en deux catégories)
   - Soustraction à trou : $108 - x = 85$. Le nombre de coureurs au départ, moins le nombre d'abandons, donne le nombre de coureurs à l'arrivée. (transformation d'état avec recherche de la transformation ; logique du déroulement chronologique de la course, chaque abandon réduit le nombre d'arrivants).
   - Soustraction : $108 - 85 = x$. Le nombre d'abandons s'obtient par différence entre ceux qui sont partis et ceux qui sont arrivés.(transformation d'état avec recherche de l'état final ; logique comptable)
3. Melvin et Nabila sont inclassables car on ne voit rien de leurs procédures.
   Camille a mal interprété le problème.
   Traduction du problème sous le modèle $x{+}85 = 108$: Gabrielle et Amandine s'aident d'un schéma. Cédric pose une addition à trou.

[1] L'énoncé n'interdit pas une réponse plus simple :
Si deux entiers sont consécutifs, l'un des deux est pair. Le produit doit donc être pair. Cette condition n'est toutefois pas suffisante car 4 n'est pas le produit de deux entiers consécutifs.

Traduction du problème sous le modèle $108 - x = 85$: Hildéa utilise un compte à rebours, sans doute afin de dénombrer ensuite combien de coureurs ont été éliminés...

Traduction du problème sous le modèle $108 - 85 = x$: Driss et Siharn ont employé une procédure graphique, Houssan et Benyamine ont posé l'opération.

Houssan retire le plus petit chiffre du plus grand pour chaque colonne de l'opération (ou bien il effectue une addition mais se trompe). Benyamine "casse" le 8 en 7+1 qu'il retient, il replace le 1 dans la première ligne et entoure les deux retenues pour les reconnaître.

4. Il est difficile de dire si Cédric et Camille "méritent" le code 9 (autres résultats) ou le code 8 (utilisation de l'addition). il faudrait savoir si les consignes de codage demandaient de n'utiliser le code 8 que pour les procédures erronées.[2]

Siharn, Amandine, Nabila	code 1
Houssan, Benyamine	code 4
Camille	code 8
Driss, Gabrielle, Cédric	code 9
Melvin ? Hildéa	code 0

SECOND VOLET - *8 pts*

1. (a) En début de CP on ne peut pas attendre des élèves qu'ils dénombrent et comparent les cardinaux de deux collections d'une soixantaine d'objets par une procédure purement numérique.

   On peut s'attendre aux procédures suivantes :
   - Déplacement des objets, par exemple le long de la ligne, afin d'effectuer une correspondance terme à terme. (avec mesure de la file la plus longue sous réserve que les objets soient à peu près de la même taille).
   - Groupements des objets en paquets de mêmes effectifs de part et d'autre de la ligne : un paquet de trois cubes, un paquet de trois bûchettes, un paquet de cinq cubes ... et élimination progressive des objets décomptés.
   - Organisation de chacune des collections en groupements réguliers (de 5, de 10..) puis dénombrement des paquets de part et d'autre, ou élimination des paquets en parallèle.
   - Tentative de dénombrement des collections et de comparaison des deux nombres trouvés.

Variable	**Incidence sur les procédures**	**Choix de l'enseignant**
La taille des collections	**Petite** : procédure numérique **Grande** : nécessité de trouver une organisation **Très grande** : la correspondance terme à terme est peu économique	Une soixantaine est un très grand nombre pour des élèves de début de CP : le maître veut favoriser une procédure de groupements.

[2] Dans l'évaluation, les consignes de correction demandaient que le code 8 soit réservé aux procédures erronées utilisant l'addition. Cependant l'énoncé ne donne pas cette précision, les deux interprétations doivent donc être acceptées.

L'écart entre les cardinaux des deux collections	**Grand** : favorise une procédure d'estimation visuelle. **Petit** : favorise un aménagement spatial des collections puis une estimation visuelle **Très petit** : nécessite une organisation fine et systématique	Écart très petit afin d'éviter toute stratégie basée sur la perception visuelle.
Les objets	**Identiques** : favorise la comparaison visuelle. **Différents** : les élèves ne peuvent pas se fier à la place occupée pour comparer les cardinaux.	Différents afin de contraindre les élèves à organiser les collections et à comparer les cardinaux et non des formes ou des " encombrements ".
La mobilité des objets	**Mobiles** : favorise les réagencements en vue d'une correspondance terme à terme, ou par paquets, ou les groupements. **Immobiles** : favorise une tentative d'utilisation de la comptine.	Mobiles afin de favoriser les groupements.
La possibilité d'écrire	**Présente** : favorise l'écriture de décomptes intermédiaires ou le pointage organisé avec des tirets. **Absente** : favorise la manipulation directe des collections.	On ne sait pas si les élèves sont autorisés à écrire sur le kraft ou sur une feuille.
La ligne	**Présente** : favorise les organisations semblables des collections **Absente** : favorise les appariements d'objets.	Présente afin de favoriser les groupements.

(b) On considérera que la séance débute à partir du moment où les élèves sont par groupes de quatre autour des tables sur lesquelles le matériel est installé.

Phase	**L'enseignant** ...	**Les élèves** ...
Compréhension-dévolution	... donne la consigne et s'assure de sa compréhension.	... écoutent, comprennent, reformulent, posent des questions ...
Action	... circule, vérifie que les élèves ont bien compris la consigne, s'assure que les groupes fonctionnent bien avec une écoute et un investissement de chacun des enfants, éventuellement pose une question à un groupe pour faire expliquer une stratégie ou débloquer une situation.	... conçoivent des stratégies, les essayent, échangent, s'organisent ...

Synthèse, mise en commun	... anime la mise en commun en demandant à chaque groupe d'expliquer sa stratégie. Il cherche à faire mettre en évidence des arguments d'efficacité et d'économie des procédures. Il évite d'être trop transmissif.	... écoutent, interviennent quand c'est leur tour.

Ensuite, selon ce qui s'est passé, le maître peut renvoyer les élèves à une phase d'action pour expérimenter une procédure de groupement ou passer à un exercice sur papier tel que celui des poissons, ou proposer une phase d'institutionnalisation avec trace écrite.

2. (a) Dans cette activité les élèves ne peuvent pas manipuler les objets pour réaliser des groupements utiles. C'est une difficulté supplémentaire, les élèves devront organiser et coder leurs groupements.

   (b) Le choix du support d'évaluation est discutable.
   Il y a des arguments pour :
   - Les collections sont séparées, comme dans l'activité.
   - Les cardinaux des collections sont assez importants pour dissuader les élèves de compter. De plus ils sont proches.
   - La disposition des bocaux incite l'élève à effectuer des groupements.

   et des arguments contre :
   - La situation induit une correspondance terme à terme : un bocal par poisson.
   - La répartition des bocaux par rangées de 10 peut pousser les élèves à compter.
   - Il y a une question supplémentaire : que faire s'il manque des bocaux ou des poissons ?

   (c) On peut proposer deux productions avec groupements, l'une d'elle utilisant la régularité de la disposition des aquariums, en ligne ou en colonne. (Une production qui reposerait sur une correspondance terme à terme ne correspondrait pas aux attentes de l'enseignant).

3. (a) En fin de CP les élèves savent compter jusqu'à 100, ils ont découvert la numération décimale. L'enseignant attend donc d'eux qu'ils l'utilisent un dénombrement de chacune des deux collections, une écriture du nombre trouvé puis une comparaison des deux nombres (ou une procédure utilisant des groupements de dix, un codage spécifique ....)

   (b) L'élève doit être capable
   - de dénombrer une collection importante (en utilisant des groupements de 10).
   - de garder la mémoire de la quantité trouvée (par une procédure écrite ou orale)
   - de comparer les nombres trouvés (à partir de leurs écritures chiffrées, ou par un autre moyen).