CONCOURS BLANC N°1
Mercredi 23 Novembre 2005

Exercice n°1 (3 points)

1) On considère un nombre qui s'écrit en base 10 : $\Delta\,5\,\Delta\,5\,\Delta\,5\,\Delta\,5\,\Delta\,5\,\Delta$.
Quelle valeur donner à Δ pour que la somme des chiffres de ce nombre soit un multiple de 7?
2) Un nombre s'écrit en base 10 sous la forme: $\overline{E\,9\,7\,F}$.

a) Donner tous les couples de valeurs possibles pour E et F sachant que la somme des chiffres de ce nombre est égale à 29.

b) On ajoute les deux conditions suivantes:
- Le produit des chiffres de ce nombre est égal à 2268.
- 7 divise le nombre $\overline{EF}$.

Quelles sont alors les valeurs respectives de E et F?

Exercice n°2 (6 points)

1)Construire un triangle ABC rectangle en A tel que BC=15cm et AB=9cm. Calculer AC et l'aire du triangle ABC.

2) Soit M le milieu de [BC].
Tracer le cercle (C) de diamètre [AB] ; il coupe [BC] en D et [AM] en E.
Quelle est la nature des triangles ADB et ABE ? (justifier la réponse).
Montrer que $DC^2 - DB^2 = 63$ et en déduire les longueurs des segments [DB] et [DC].

3) Soient H le point d'intersection de [AD] et [BE] et I le point d'intersection de (AB) et (MH).
Montrer que la droite (HM) est la médiatrice de [AB] et que I est le centre du cercle (C).
On pourra utiliser le théorème de la médiane relative à l'hypoténuse d'un triangle rectangle : cette médiane a une longueur égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.

4) Construire le point F, symétrique de E par rapport au point M.
Quelle est la nature du quadrilatère BECF ?
Montrer que les droites (CF) et (AF) sont perpendiculaires.

5) Soit K le point d'intersection des droites (CF) et (AD). Que représente M pour le triangle ACK ? (justifier)

6) Soit J le point d'intersection des droites (AC) et (MK).

a)Démontrer que le quadrilatère AIMJ est un rectangle.

b)Calculer MI et l'aire du rectangle AIMJ.

c)Calculer l'aire du triangle MJC de deux façons.

Exercice n°3 (11 points, *dont 8 de didactique*)

Définition d'un carré magique :
Un carré magique 3 x 3 est rempli avec les nombres de 1 à 9 utilisés une seule fois de telle manière que la somme des 3 nombres écrits sur chacune des trois lignes, des trois colonnes et des deux diagonales soit chaque fois la même.
Par exemple :

6	7	2
1	5	9
8	3	4

1)Justifiez le fait que dans n'importe quel carré magique 3x3 la somme des nombres de chaque ligne soit toujours égale à 15 et que la somme des nombres de chaque colonne soit toujours égale à 15.

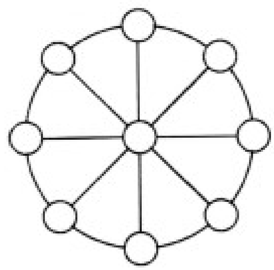
2) En additionnant les nombres de la ligne centrale avec ceux de la colonne centrale et ceux des deux diagonales, déduire que la case centrale est toujours occupée par le nombre 5. On utilisera les notations proposées dans le tableau ci-dessous.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

3)Montrer que a + i = 10. Énoncer les trois autres égalités du même type.

4)En vous aidant des propriétés énoncées dans les questions 2 et 3, proposer quatre autres carrés magiques.

5) Dans une « roue magique » on utilise une seule fois tous les nombres de 1 à 9 de manière à obtenir la même somme sur chaque diamètre.
Si l'on appelle c le nombre du centre et d la valeur d'un diamètre, montrer que l'on a la relation: 3c+45=4d.
En déduire toutes les valeurs posibles pour c et les roues correspondantes (à une rotation près)



6) Recopier et compléter le carré magique ci-dessous avec les nombres de 1 à 16, utilisés une seule fois :

1		14	
		7	
8	10		
13			16

Questions complémentaires

7) Définir deux objectifs différents pour un enseignant mettant en oeuvre la séquence présentée en annexe1. Pour chacun de ces objectifs, discuter la pertinence de l'utilisation de la calculatrice selon l'objectif prioritaire de l'enseignant qui propose cette séquence.

8) Quelles difficultés peuvent rencontrer les élèves lors de la recherche individuelle de la partie A?

9) Phase collective:
    a) quelle est sa fonction?
    b) Quel choix didactique l'enseignant a-t-il fait ? Proposer un autre choix en le justifiant.

10) Prolongement: en fonction de quels critères et pour quelles raisons proposeriez vous la recherche B ou la recherche C aux élèves ?

11) En quoi la recherche A peut-elle être réinvestie lors de la recherche C? Quelle difficulté supplémentaire l'élève va-t-il rencontrer dans cette recherche ?

ANNEXE 1

Voici la préparation d'un maître pour une séquence de mathématiques qui se déroule sur plusieurs séances au cycle 3.

RECHERCHE A

1. Recherche individuelle

Consigne donnée à l'élève : Compléter chaque case de la grille ci-dessous pour obtenir un carré magique.
Définition d'un carré magique :
Un carré magique 3 x 3 est rempli avec les nombres de 1 à 9 utilisés une seule fois de telle manière que la somme des 3 nombres écrits sur chacune des trois lignes, des trois colonnes et des deux diagonales soit chaque fois la même.

2. Phase collective

Relancer l'activité en écrivant au tableau deux solutions justes trouvées par les élèves.
Demander aux élèves de vérifier qu'il s'agit de carrés magiques, de comparer ces 2 carrés magiques et de mettre en évidence la place centrale du nombre 5.
Leur poser ensuite les questions suivantes :

- Quel doit être le résultat de l'addition des deux autres nombres dans chaque ligne, colonne ou diagonale, incluant le nombre 5 ?
- Quelles sont les possibilités pour trouver ce résultat en additionnant deux nombres ?

3. Phase individuelle

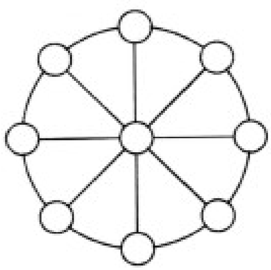
Consigne donnée à l'élève : Rechercher d'autres carrés magiques 3 x 3.

4. Prolongement

Proposer aux élèves l'une des 2 recherches suivantes selon leur réussite à la recherche précédente.

RECHERCHE B

Compléter la roue ci-dessous avec tous les nombres de 1 à 9, utilisés une seule fois, de manière à obtenir la même somme sur chaque diamètre :



RECHERCHE C

Compléter le carré magique ci-dessous avec les nombres de 1 à 16, utilisés une seule fois :

1		14	
		7	
8	10		
13			16