

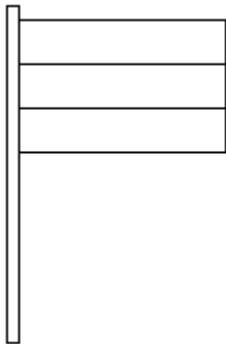
SUJET n°12

Exercice 1

On veut réaliser des drapeaux comprenant 3 bandes colorées horizontales :

On dispose de 4 couleurs : bleu, rouge, jaune, vert.

Chaque bande doit être colorée.



1. Si on n'impose aucune contrainte, combien de drapeaux différents pourra-t-on réaliser ?
2. On impose à la bande centrale d'être rouge. Combien de drapeaux différents aura-t-on ?
3. On n'impose plus à la bande centrale d'être rouge, mais on impose à deux bandes adjacentes de ne pas être de la même couleur. Combien de drapeaux différents pourra-t-on réaliser ?

Exercice 2

Chercher un nombre de trois chiffres sachant que :

- Il augmente de 45 lorsqu'on permute les deux chiffres de droite.
- Il diminue de 360 lorsqu'on permute les deux chiffres de gauche
- La somme de ces chiffres est divisible par 7
- Il est compris entre 599 et 899

Exercice 3

Lorsqu'une calculatrice ne peut plus afficher tous les chiffres du résultat d'une multiplication, on peut quand même déterminer tous ces chiffres en s'aidant de la calculatrice et en appliquant la multiplication « par blocs ».

Voici un exemple :

Soit à calculer le produit 789812604×245816 On tronçonne chacun des nombres en blocs (ici des blocs de 3 chiffres) et on calcule les produits utiles à la calculatrice.

Cela donne :

$$604 \times 816 = 492864$$

$$812 \times 816 = 662592$$

$$789 \times 816 = 643824$$

$$604 \times 245 = 147980$$

$$812 \times 245 = 198940$$

$$789 \times 245 = 193305$$

On dispose alors l'opération ainsi :

$$\begin{array}{r}
 789\,812\,604 \\
 \times \quad 245\,816 \\
 \hline
 492\,864 \\
 662\,592 \\
 643\,824 \\
 147\,980 \\
 198\,940 \\
 193\,305 \\
 \hline
 194\,148\,575\,064\,864
 \end{array}
 \leftarrow \begin{cases} \text{résultat obtenu en additionnant les} \\ \text{produits partiels comme dans une} \\ \text{multiplication ordinaire.} \end{cases}$$

1. Calculer selon cette méthode, avec l'aide d'une calculatrice, le produit suivant :
 $P = 340762411102 \times 271548$
2. Prouver à l'aide de l'exemple donné ci-dessus la validité de la méthode. N.B. : Il est conseillé d'utiliser les décompositions du type suivant :
 $789812604 = (789 \times 10^6) + (812 \times 10^3) + 604$

Questions Complémentaires (4 points) : analyse de travaux d'élèves relatifs à la multiplication.

Voici pour une même multiplication proposée à des élèves de CM1 en début d'année, les solutions de six d'entre eux.

Le produit à calculer était le suivant : 49×53 Nous avons reproduit ci-dessous ces solutions :

Élève A	Élève B	Élève C	Élève D	Élève E	Élève F
$ \begin{array}{r} 2 \\ 4\,9 \\ \times 5\,3 \\ \hline 2\,2\,7 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4\,9 \\ \times 5\,3 \\ \hline 2\,7 \\ 1\,2 \\ 4\,5 \\ \hline 2\,0 \\ 2\,5\,9\,7 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4\,9\,2 \\ \times 5\,3\,4 \\ \hline 1\,4\,1 \\ 6\,0 \\ \hline 7\,4\,1 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2 \\ 4\,9 \\ \times 5\,3 \\ \hline 4\,0\,7 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2/4 \\ 4\,9 \\ \times 5\,3 \\ \hline 1\,4\,7 \\ 2\,4\,5 \\ \hline 3\,9\,2 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4\,9 \\ \times 5\,3 \\ \hline 2\,4\,5 \\ 1\,4\,7 \\ \hline 2\,5\,9\,7 \end{array} $

1. Analyser chacun des calculs en explicitant soigneusement ce que l'élève a fait. Indiquer, bien entendu, si son travail est recevable.
2. Pour chacune des procédures jugées erronées, chercher à trouver l'origine précise de la ou des erreurs.
3. Pour chacune de ces procédures, recevable ou erronée, indiquer comment vous tenteriez de conduire l'élève à la faire évoluer vers la procédure de calcul « habituelle ».

Exercice 4

Une figure est à réaliser en utilisant la règle graduée et le compas.

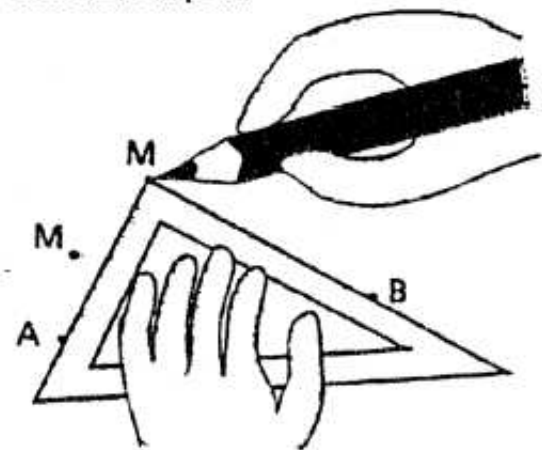
Soit ABC un triangle isocèle et rectangle en A tel que $AB = 6$ cm.

On considère le point D tel que C est le milieu du segment $[AD]$.

1. Tracer la figure, qui sera complétée au fur et à mesure des questions.
2. Soit I le milieu du segment $[BD]$. Prouver que les droites (CI) et (AB) sont parallèles.
3. Prouver que les points A , B et D appartiennent à un même cercle C dont on précisera le centre et le rayon.
4. Les droites (AI) et (BC) se coupent en F . Que représente le point F pour le triangle ABD ? Justifier.
5. La perpendiculaire à la droite (AB) passant par I coupe (AB) en H . Prouver que les points H , F et D sont alignés.

Questions complémentaires : Dans une classe de cycle 3 (CM2), le maître donne l'énoncé suivant :

Cherchons un peu...



Observe le dessin. Louis a placé deux points A et B sur une feuille. Avec son équerre, il cherche des points M tels que la droite AM et la droite BM soient perpendiculaires.

À ton tour, place deux points A et B sur une feuille blanche, et cherche au moins dix points M en faisant comme Louis.

Que remarques-tu sur la position de ces points ?

Optimath CM2 - Hachette Education

Au bout de 15 minutes, il récupère l'ensemble des travaux. Six de ces travaux vous sont fournis en annexe 1, numérotés de 1 à 6.

1. (a) Quelle propriété géométrique l'exercice permet-il de mettre en évidence ?
(b) Est-il nécessaire à un maître de CM de connaître cette propriété s'il donne cet exercice à ses élèves de CM2 ? Les élèves de CM2 doivent-ils connaître cette propriété ? Justifier brièvement les réponses.
(c) Quelles sont les compétences nécessaires pour réussir cet exercice ?
2. Parmi les constructions des élèves, indiquer celles qui sont incorrectes et émettre des hypothèses sur l'origine des erreurs commises.
3. Quelle incidence, la formulation et/ou le dessin fourni dans l'énoncé peuvent-ils avoir eue dans les productions 3 et 6 ?
4. Commenter brièvement les réponses écrites des élèves dans les productions 2 et 5.