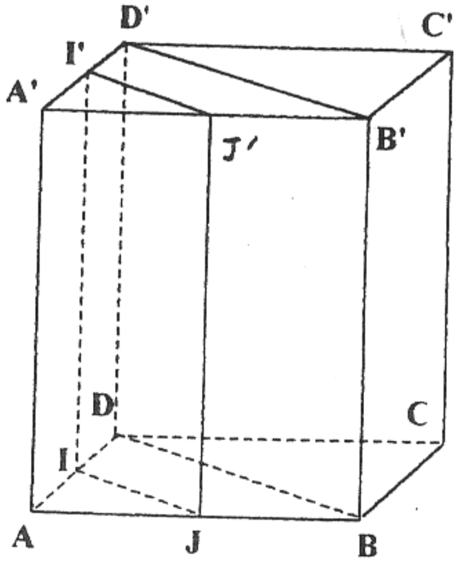
SUJET n°6

Partie mathématique

Exercice 1

1. Montrer que, dans un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 4 cm et 3 cm, la hauteur relative à l'hypoténuse mesure 2,4 cm.
2. On considère une boîte sans couvercle ayant la forme d'un parallélépipède rectangle avec :
   AB = 4 cm, AD = 3 cm et AA' = 6 cm. (figure ci-contre). Pour créer des compartiments dans cette boîte, on introduit deux plaques : une passant par le plan DBB'D' et une passant par le plan IJJ'I', les points I, J, I', J' étant les milieux respectifs des segments [AD], [AB], [A'D'] et [A'B']. On se propose d'étudier le compartiment IJBDD'B'J'I'.
   (a) Indiquer la nature et les dimensions des faces BDIJ et DBB'D'.
   (b) Représenter en vraie grandeur un patron du compartiment. (On laissera apparaître les traits de construction.)
   (c) Calculer le volume de ce compartiment.



Exercice 2

L'histoire se limite aux boîtes parallélépipédiques dont les dimensions sont des nombres entiers de centimètres. L'histoire dit qu'une boîte P pave une boîte Q si la boîte Q est exactement et parfaitement remplie avec un nombre entier, strictement supérieur à un, d'exemplaires de la boîte P. (Après remplissage, il n'y a pas de trou et rien ne dépasse.)
Deux boîtes B1 et B2 ont les dimensions suivantes :
B1 : Longueur 72 cm, largeur 36 cm, hauteur 48 cm.
B2 : Longueur 80 cm, largeur 40 cm, hauteur 60 cm.

1. Est-il possible de placer entièrement une de ces boîtes dans l'autre ?
2. Est-ce qu'une des boîtes pave l'autre ? Si oui, avec combien d'exemplaires ?
3. Est-ce qu'une de ces boîtes est un agrandissement de l'autre ? Si oui, à quelle échelle ?
4. Trouver toutes les boîtes cubiques C qui pavent B1. Combien en faut-il dans chaque cas ?
5. Trouver toutes les boîtes cubiques C qui pavent à la fois B1 et B2. Combien en faut-il dans chaque cas pour paver B2 ?
6. Quelle est la notion mathématique sous-jacente aux questions 4 et 5 ?

Partie didactique

Situation 1 :

Voici un rectangle :

Recouvre-le entièrement avec des carrés identiques dont les côtés sont un nombre entier de carreaux. Trouve plusieurs solutions.

Situation 2 :

Pierre veut recouvrir un rectangle de 1,44 m sur 0,96 m avec des carrés identiques dont la longueur du côté est la plus grande possible. Peux-tu dire à Pierre quelle doit être la mesure du côté du carré ?

1. Résolvez la situation 2.
2. Quelles sont les notions mathématiques sous-jacentes à ces situations ? A quel cycle de l'école peut-on proposer la situation 1 ?
3. Proposez une procédure que l'on pourrait attendre d'un élève de cycle 3 pour la situation 1.
4. Déterminez les connaissances et les compétences préalables nécessaires à la résolution du problème de la situation 1 pour des élèves de l'école primaire.
5. Déterminez les variables didactiques qui ont été modifiées de la situation 1 à la situation 2.
6. Benoît a répondu, pour la situation 1 :

   1 carrée de 4 carreaux (2×2) donne 16 carreaux. Sachant qu'il y a 4032 carreaux dans mon rectangle combien y a-t-il de « paquets » de 16 carreaux dans 4032 carreaux ?

   4032 : 4 = 1008

   1008 : 4 = 252

   4032 : 16 = 252

   S'il y a 252 paquets de 16 carreaux la solution est bonne.

   Explicitez sa démarche en précisant les étapes de son raisonnement et les outils utilisés. Sa démarche serait-elle correcte avec un rectangle de 82×72 ?