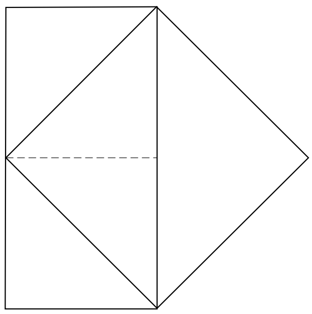
Concours Blanc de Nice - Correction

Exercice 1

1. La surface A peut se décomposer en un rectangle de dimensions 1 cm et 8 cm et en quatre triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 4 cm et 3 cm. L'aire de la surface A est donc obtenue par le calcul :
   $1 \times 8 + 4 \times \dfrac{4 \times 3}{2} = 8 + 4 \times 6 = 32$ cm^2.
   La surface B est un rectangle de dimensions 4 et 8, son aire mesure $4 \times 8 = 32$ cm^2.
2. Le carré C a un côté de longueur $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ cm. On peut donc l'obtenir en traçant la diagonale d'un carré de côté 4.
   Le rectangle B ayant pour largeur 4 cm le plus simple est d'utiliser l'un des côtés de ce rectangle. (on peut aussi se contenter de considérations géométriques pour justifier que le carré ainsi construit a la même aire que le rectangle B).



3.

Figure	Périmètre
A	Longueur des segments obliques : 5 cm (théorème de Pythagore) D'où le périmètre : $4 \times 5 + 2 = 22$ cm
B	$(4 + 8) \times 2 = 24$ cm
C	$4 \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2} \approx 22,63$ cm.
D	Soit r le rayon du disque D. L'aire du disque est $\pi r^2 = 32$ cm^2. Donc $r = \sqrt{\dfrac{32}{\pi}}$ donc le périmètre est : $2\pi r = 2\pi\sqrt{\dfrac{32}{\pi}} \approx 20,05$ cm.

   Donc, par ordre de périmètre croissant, on a D, A, C et B.

4. (a) On veut vérifier que l'élève a compris les notions d'aire et de périmètre et qu'il les distingue, on attend de lui qu'il mette en œuvre une démarche personnelle appropriée pour chacune des questions.
   Pour le périmètre, l'élève devra mesurer des segments, additionner les longueurs et comparer les nombres trouvés.
   Pour l'aire, l'élève devra trouver une stratégie pour prendre en compte les carreaux incomplets dans la figure A.
   Les notions d'aire et de périmètre sont au programme du cycle 3, les mesures en jeu sont entières, il n'est donc pas nécessaire d'utiliser les nombres décimaux. L'activité pourrait être proposée au CM1.
   (b) L'élève mesure les segments, note les différentes mesures et les additionne pour chacune des deux figures.

5. (a) Pour la comparaison des aires, l'élève procède astucieusement en comparant le nombre de carreaux entiers à l'intérieur de chacune des deux figures et regardant si les carreaux partiels suffisent à combler la différence. Cependant, faute de procédure rigoureuse à ce stade, l'élève procède par estimation visuelle et se trompe.
Pour la comparaison des périmètres, l'élève compte les carreaux intérieurs. Cette procédure est incorrecte pour B car l'élève manque 4 carreaux, un par sommet du rectangle. Elle est encore plus imprécise pour la figure A, on ne sait pas quels sont les 44 carreaux pris en compte. Il s'agit peut-être des carreaux traversés par les segments obliques.
   (b) Cet élève a bien compris le concept d'aire, en revanche sa compréhension du périmètre est plus floue car il se ramène à un décompte de carreaux, comme pour l'aire, au lieu de mesurer des segments. Pour lui le périmètre s'apparente à "l'aire de la bordure".

Exercice 2

1. Le nombre N s'écrit sous la forme $\overline{mccu}$ avec $1 \leqslant m < 2$.
Il y a donc 1 choix pour m, 10 choix pour c et 10 choix pour u, donc 100 nombres N.
2. Le plus grand nombre N multiple de 4 est 1996. Il n'y a, en effet, que 3 nombres N plus grands que 1996 et ils ne sont pas multiples de 4.
3. Pour que le nombre soit multiple de 3 et de 5 il faut que $2c + u + 1$ soit un multiple de 3 et que u vale 0 ou 5.
On a la liste : 1005, 1110, 1335, 1440, 1665, 1770, 1995
4. Si $N = \overline{mccu} = 1000m + 100c + 10c + u$, alors $N' = \overline{mc0cu} = 10000m + 1000c + 10c + u$, donc $N' - N = 10000m + 1000(c - m) - 100c = 9000m + 900c = 9(1000m + 100c)$, donc $N' - N$ est divisible par 9.
5. (a) L'élève doit maîtriser la décomposition "centaines-dizaines-unités" de la numération décimale, il doit aussi savoir effectuer une multiplication (carte 3).
   (b) Les nombres sont à trois chiffres et la multiplication a été introduite, on peut proposer ces cartes à partir du CE1.
   (c)
   - "Ce nombre a trois chiffres, il est plus grand que 3 centaines et plus petit que 31 dizaines, il est dans la table de cinq". On travaille ainsi la connaissance des régularités des tables, notamment celle de 5, et l'encadrement d'un nombre.
   - "Ce nombre a trois chiffres, si on lui ajoute 4 on obtient exactement 7 centaines". On travaille ainsi la soustraction.
6. (a)
   - Pour la carte 1 : l'élève peut utiliser un tableau "cdu", il lui suffit alors de placer les chiffres dans les cases. Il peut aussi effectuer une addition.
   - Pour la carte 3 : l'élève peut effectuer une addition itérée ou toute autre technique de calcul pour trouver le résultat de la multiplication, il peut aussi se dire que 6 fois 20, c'est 1 centaine (5×20) et 20 qui font deux dizaines, il peut encore réfléchir en dizaines et dire que le résultat est de 12 dizaines, donc 120.
   (b) Le fait d'écrire que c'est un nombre de 3 chiffres peut pousser les élèves à utiliser un tableau "cdu".

Exercice 3

1. (a) Le nombres d'heures de la semaine est de $7 \times 24 = 168$ heures.
La caissière travaille : $8 + 8,5 + 9,5 + 7 = 33$ heures.
La fraction est donc : $\dfrac{33}{168} = \dfrac{11}{56}$

(b) Les heures du lundi représentent $\frac{8}{33}$ du temps de travail.

(c) Les heures du lundi représentent $\frac{9,5}{33} = \frac{19}{66}$ du temps de travail.

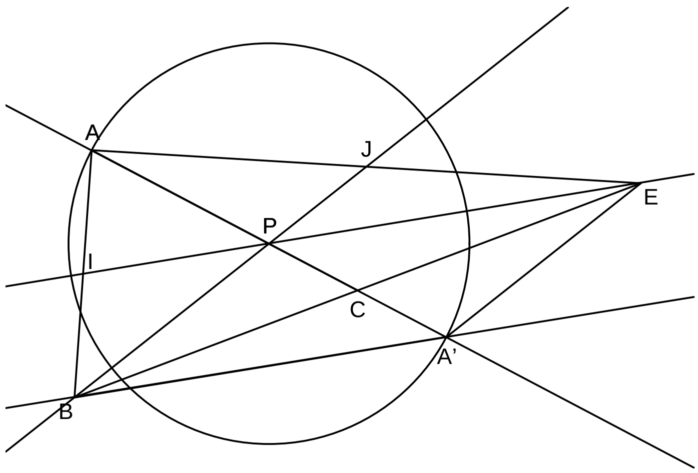
(d) Le quart des heures de la semaine est 8 heures et un quart d'heure. il est donc atteint le mardi après un quart d'heure de travail, donc à 9h15.

2. (a) $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$, pour que $\frac{x}{840}$ soit un nombre décimal, son dénominateur ne doit comporter que des puissances de 2 et de 5 dans sa décomposition. Il faut donc que les autres termes se simplifient avec le numérateur.
Le nombre minimal qui vérifie cela est 21 : $\frac{21}{840} = \frac{1}{40} = 0,025$.

   (b) Pour que la fraction $\frac{x}{840}$ soit un décimal non entier il faut que x soit un multiple de 21 mais ne soit pas un multiple de 840.

3. La fraction $\frac{8}{x+1}$ est irréductible si et seulement si $x+1$ ne se simplifie pas par 2, donc si x est pair.

Exercice 4



1. (EI) et (AC) sont deux médianes du triangle ABE, leur point d'intersection P est donc le centre de gravité de ce triangle.
Donc (BP) est la troisième médiane et elle coupe le troisième côté [AE] en son milieu.
2. AA' est un diamètre du cercle, donc P est le milieu de [AA'].
D'après le théorème de la droite des milieux dans le triangle AA'B, la droite (IP) passant par les milieux de deux côtés est parallèle au support du troisième côté (BA').
   (a) On montre de même que (PJ) passant par les milieux de deux côtés du triangle AA'E est parallèle au troisième côté (A'E).
   Le quadrilatère BPEA' a ses côtés parallèles deux à deux, c'est donc un parallélogramme.
3. Pour que le parallélogramme BPEA' soit un losange, il faut que ses diagonales soient perpendiculaires, donc que le triangle ABC soit rectangle en C.
4. Le triangle ACE a la même hauteur issue de A que le triangle ABE. Comme BE=2CE, l'aire de ABE est double de celle de ACE. Donc l'aire de ACE mesure $\frac{S}{2}$.
De même les triangles IBE et ABE ont la même hauteur issue de E et AB=2IB, donc l'aire de IBE mesure $\frac{S}{2}$.