

Concours Blanc de Lyon - Correction

Exercice 1

- (a) Une fraction de type $\frac{1}{n}$ désigne un décimal si la décomposition de n en facteurs premiers est du type $2^a \times 5^b$.
Dans la liste proposée, il n'y a donc que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{10}$.

(b) Les décimales de $\frac{1}{7}$ sont périodiques suivant la période de six chiffres : 142857.
 $100 = 16 \times 6 + 4$, donc la centième décimale est la même que la quatrième, à savoir 8. (ou 2 si on compte le 0 avant la virgule).
- (a) Le nombre rationnel situé à égale distance de $\frac{4}{13}$ et de $\frac{6}{15}$ est la moyenne de ces deux ombres, donc $\frac{\frac{4}{13} + \frac{6}{15}}{2}$.
$$\frac{\frac{4}{13} + \frac{6}{15}}{2} = \frac{4 \times 15 + 6 \times 13}{15 \times 13 \times 2} = \frac{138}{390} = \frac{23}{65}$$

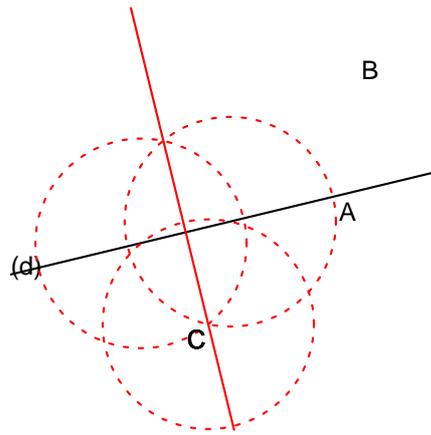
(b) Les fractions sont du type $\frac{n}{n+9}$. La centième est donc $\frac{100}{109}$, la 111^{ème} est $\frac{111}{120}$.
109 est un nombre premier, il ne s'écrit pas sous la forme $2^a \times 5^b$, $\frac{100}{109}$ est donc un nombre rationnel non décimal.
 $\frac{111}{120} = \frac{37}{40}$ et $40 = 2^3 \times 5$, donc $\frac{111}{120} = \frac{37}{40}$ est un nombre décimal.

Exercice 2

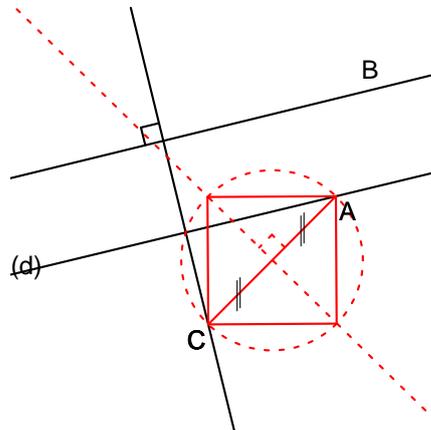
- Soit A la longueur en centimètres du côté du panneau, A est un multiple de 18 et de 24, donc de leur plus petit multiple commun.
 $PPCM(18, 24) = PPCM(2 \times 3^2, 2^3 \times 3) = 2^3 \times 3^2 = 72$.
On sait que A est compris entre 300 et 400 centimètre, le seul multiple de 72 qui puisse convenir est 360. Le panneau mesure donc 3,60 m de côté.
 $360 = 18 \times 20$ et $360 = 24 \times 15$. Il y a donc : $20 \times 15 = 300$ photos sur le panneau.
- La longueur en centimètre du côté de la photo divise simultanément 240 et 180, donc leur PGCD, 60.
On cherche donc un diviseur de 60 strictement compris entre 10 et 20, il peut s'agir de 12 ou de 15.
Si la photo mesure 12 cm de côté, il y a $20 \times 15 = 300$ photos sur le panneau.
Si la photo mesure 15 cm de côté, il y a $16 \times 12 = 192$ photos sur le panneau.

Exercice 3

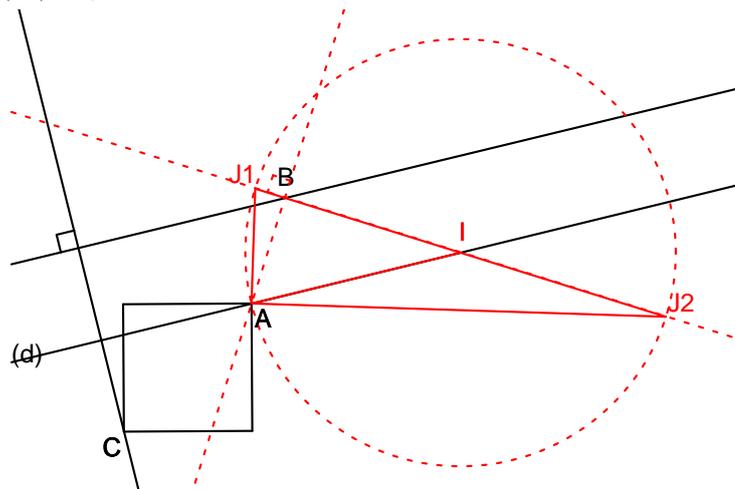
- (a) On pointe en C et on trace un arc de cercle coupant (d), puis on trace la médiatrice du segment ainsi déterminé. Pour tracer la médiatrice d'un segment on prend une ouverture de compas plus grande que la demi-longueur du segment et on trace deux cercles de centres respectivement les deux extrémités du segment. La médiatrice est la droite passant par les deux points d'intersection de ces deux cercles.



- (b) On trace de même la perpendiculaire à la droite précédente afin d'obtenir une parallèle à (d).
 (c) Les triangles sont obtenus en cherchant l'intersection de la médiatrice de [AC] avec le cercle de diamètre [AC].



- (d) On trace (AB) et la perpendiculaire à (AB) en B. I et J sont donc sur cette droite. Comme I est aussi sur (d), I est déterminé.
 On trace le cercle de centre I passant par A, J appartient aussi à ce cercle car $AI=IJ$.
 J appartient à (BI), il y a donc deux points possibles J1 et J2.



2. Voir plus haut.
 3. (a) On veut évaluer si les élèves connaissent le vocabulaire géométrique (droite, perpendiculaire, parallèle, diamètre), s'ils savent utiliser leurs instruments pour réaliser des constructions élémentaires (perpendiculaire, parallèle) et s'ils savent trouver une stratégie pertinente pour une construction plus complexe (le cercle de diamètre [AC]).

bien cet inconvénient car c'est le système que nous utilisons pour mesurer le temps.¹

De plus, on ne sait pas si cette numération dispose d'un zéro.

3. (a) La collection de Calculo "vaut" $2 \times 100000 + 17 \times 1000 + 2 \times 10 + 10 \times 1 = 217030$.
On peut donc trouver une collection équivalente avec 2 carrés noirs, 1 triangle noir, 7 ronds blancs et 3 carrés blancs, c'est à dire avec 13 jetons au lieu des 31 de la collection de Géomette.
- (b) La collection de Calculo vaut 13004, celle de Numérix vaut 400000 et celle de Géomette vaut 1530.
Donc $1530 < 13004 < 400000$.
4. (a) La question 1 sert à comprendre le code utilisé.
- (b) Les élèves connaissent le principe de la numération décimale, il s'agit ici de leur faire prendre conscience encore plus profondément des mécanismes d'échanges. Il est pédagogiquement avantageux de permettre aux élèves de verbaliser la notion. Le travail en groupe permet précisément cela (conflit socio-cognitif) et les phases d'explications collectives prévues également.
La présentation des différentes procédures devrait permettre de voir apparaître deux procédures attendues du maître : celle qui consiste à dénombrer les jetons de chaque sorte et à faire le lien avec l'écriture décimale et celle qui procède suivant le chemin inverse en partant de l'écriture et en allant chercher dans la collection la confirmation de l'hypothèse (4030, donc 4 milliers et 3 dizaines, donc les triangles noirs représentent les milliers et les rectangles blancs les dizaines).
- (c) Les élèves peuvent (comme fait plus haut) traduire la collection puis utiliser le codage économique, ou bien procéder par échanges en partant des unités (il y a 10 triangles blancs, je les remplace par un carré blanc ...).
- (d)
 - Le nombre de jetons : s'il y a peu de jetons le plus rapide peut être d'estimer la collection sans procéder à des échanges.
 - Le "niveau de mélange" : si les jetons sont déjà organisés par catégories, cela rend plus tentante la procédure de groupements et d'échanges. On entoure 10 triangles et on dessine un carré ...
 - La possibilité de manipuler : si l'activité était proposée avec des vrais jetons, les élèves seraient aussi tentés de trier les jetons puis de procéder à des échanges.
- (e) Les élèves peuvent calculer les trois nombres et utiliser une procédure experte de comparaison de grands nombres, ou alors dire que Numérix est imbattable avec ses carrés noirs, et puis comparer Calculo et Géomette en remplaçant le triangle noir par 10 ronds blancs et en procédant ensuite par comparaison des collections de ronds blancs.

¹ On peut considérer les questions précédentes avec ce regard : ainsi "YY < <Y" peut être lu "2h 10min 11s" et l'exercice consiste à convertir cela en secondes, de même 3765 secondes correspondent à 1h 2min et 45s.