Concours Blanc de Clermont Ferrand - Correction

Exercice 1

1. (a) a doit diviser l et L, donc être un diviseur commun de 882 et 945.
   On cherche le plus grand diviseur commun de ces deux nombres :
   $882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ et $945 = 3^3 \times 5 \times 7$,
   donc $PGCD(882, 945) = 3^2 \times 7 = 63$.

   (b) Les valeurs possibles pour a sont tous les diviseurs communs à 882 et 945, donc tous les diviseurs de 63, à savoir : 1, 3, 7, 9, 21, 63.

2. (a) On suppose que toutes les boîtes sont rangées dans le même sens. (Sinon le problème devient très compliqué).
   La longueur de l'arête de C dot être divisible par 882 et 945, donc être un multiple commun à ces deux nombres.
   Le plus petit multiple commun est : $PPCM(882, 945) = 2 \times 3^3 \times 5 \times 7^2 = 13230$.
   (donc plus de 13 mètres !)
   Les autres valeurs possibles sont les multiples de ce PPCM.

   (b) Le volume de la boîte B est $l^2 \times L = 15435$. Or $15435 = 3^2 \times 5 \times 7^3$.
   On peut donc avoir :
   - $l = 1$ et $L = 15435$ dans ce cas le PPCM serait 15435.
   - $l = 3$, donc $l^2 = 3^2$ et $L = 5 \times 7^3 = 1715$, le PPCM serait 5145.
   - $l = 3 \times 7 = 21$ donc $l^2 = 3^2 \times 7^2$ et $L = 5 \times 7 = 35$ et le PPCM serait 105.
     C'est donc la solution.

Exercice 2

Posons AB$= x$ et AD$= y$.
On a alors, d'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABD :
DB$= \sqrt{x^2 + y^2}$.
L'aire du petit disque mesure πx^2.
L'aire de la couronne mesure $\pi(\sqrt{x^2 + y^2})^2 - \pi y^2 = \pi(x^2 + y^2) - \pi y^2 = \pi x^2$.
Les deux aires sont donc égales.

Exercice 3

1.

A	Un carré est un losange	VRAI : le carré a quatre côtés de même longueur.
B	Un rectangle est un trapèze	VRAI : il a au moins deux côtés parallèles.
C	Un parallélogramme est un rectangle	FAUX : sauf cas particulier, le parallélogramme n'a pas d'angle droit.
D	Un losange est un rectangle	FAUX : même argument qu'au-dessus.
E	Un carré est un trapèze	VRAI : un carré a au moins deux côtés parallèles

2. (a)
   - Les polygones sont : A, B, E, F, G, H, J, K, M, N, O, P, Q, R, T.
   - Les quadrlatères sont : A, B, E, J, K, P, T.

- Les parallélogrammes sont : B, J, K, P.
- Les losanges sont : K, P.
- Les rectangles sont : B, P.
- Le carré est : P.

(b) Les élèves doivent connaître le sens des mots "polygone", "quadrilatère", "parallélogramme", "rectangle", "losange", "carré".
Ils doivent aussi savoir qu'un carré est un rectangle particulier, qu'un rectange est un parallélogramme particulier ... Ils doivent donc connaître des propriétés caractéristique de chacune des figures concernées.

(c) Le fait d'indiquer le nombre donne un moyen de contrôle à l'élève. Il induit l'inclusion des listes. Sans cette indication les élèves auraient été davantage tentés de dire qu'il y a un carré (P), un losange (K), un rectangle (P) ... et de considérer qu'il y a 8 polygones car les 7 autres ont déjà été listés.

(d) Cet exercice semble être un exercice de synthèse sur les polygones car les définitions et propriétés caractéristiques sont requises. IL pourrait donc intervenir en fin d'apprentissage, au CM2.

(e) i. Considérons la réponse du maître pour chacune des questions et pour chacun des quadrilatères (on indiquera Vrai ou Faux plutôt que Oui et Non car la formulation négative de la carte numéro 1 pourrait prêter à confusion : "Oui, Je n'ai pas d'angle droit"ou "Non, je n'ai pas d'angle droit" ?)

Question	A	B	J	K	P	T
1	Vrai	Faux	Vrai	Vrai	Faux	Vrai
2	Faux	Vrai	Faux	Faux	Vrai	Faux
3	Faux	Faux	Faux	Vrai	Vrai	Faux
4	Faux	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Faux

Il y a deux colonnes identiques, on ne pourra donc pas distinguer les quadrilatères A et T à l'aide des quatre questions.

ii. Plusieurs cartes peuvent convenir pour distinguer A et T : "J'ai un axe de symétrie" ou "J'ai deux côtés de même longueur" ou "J'ai deux côtés parallèles" ou les négations de ces phrases.

Exercice 4

1.
   - Pour 35 points on peut avoir 7 verres, ou 1 assiette et 5 verres, ou 2 assiettes et 3 verres, ou 3 assiettes et 1 verre, ou 1 saladier et 1 verre.
   - Madame Charmet a utilisé 20 points pour les 2 assiettes, 15 points pour les 3 verres et 30 points pour le saladier, donc 65 points en tout. Il lui reste 2 points, elle avait donc 67 points.
2.
   - L'élève peut effectuer une correspondance terme à terme afin de simplifier la comparaison. Il constate ainsi que Romain a 5 grands jetons tandis que Sonia en a 6, Romain a 6 petits rectangles et Sonia 3, enfin Romain a 6 ronds et Sonia 9. Après avoir établi la correspondance, cela revient à comparer 3 rectangles avec un grand rectangle et 3 ronds. A ce stade là l'élève doit effectuer les conversions.

- L'élève effectue toutes les conversions : Romain a 860 points et Sonia en a 840. (Eventuellement il se limite à une conversion en ronds). Il lui faut ensuite comparer 860 et 840 (ou 86 et 84), donc 60 et 40.
- L'élève peut employer une procédure mixte en comparant d'abord les grands jetons. Il en barre 5 dans les deux collections puis il remplace le sixième de Sonia par deux rectangles. Il procède de même avec les rectangles : il en barre 5 de chaque côté et remplace celui qui reste chez Romain par 5 ronds, enfin il compare les deux collections de ronds (11 chez Romain et 9 chez Sonia).

3. La tâche des élèves revient à écrire 83 en base 8 et 86 en base 12. L'opération "masquée" est la division euclidienne.
   Les élèves devraient trouver que 83 se code 1 vert (64) 2 rouges (16) et 3 noirs.
   De même pour le groupe B : 86 se code 7 rouges (84) et 2 noirs.
4. Pour le type A : VVVRRRRRNN signifie $3 \times 8^2 + 5 \times 8 + 2 = 234$.
   Pour le type B : VVRRRRRRRRRRRNNN signifie $2 \times 12^2 + 11 \times 12 + 3 = 423$.

Questions complémentaires

1. Ces activités ont pour objectif de donner du sens à la numération décimale, au principe de régularité des échanges.
   Ce type d'activité a sa place au cycle 2, le registre de nombres utilisés laisse penser que nous sommes en fin de CP ou au début du CE1.
2. La première phase a pour objectif de montrer la puissance du système de codage en utilisant une règle de groupement. La deuxième phase sert à privilégier le groupement pas 10. Les élèves peuvent ainsi faire le lien avec ce qu'ils savent déjà de la numération décimale.
3. Le partage en deux groupes oblige chaque groupe à utiliser un premier code puis à utiliser un deuxième code pour décoder la production d'un autre groupe. Il apparaît ainsi clairement qu'il serait plus commode d'avoir un code commun et cela introduit la deuxième phase.