

Concours Blanc d'Aix Marseille - Correction

Exercice 1

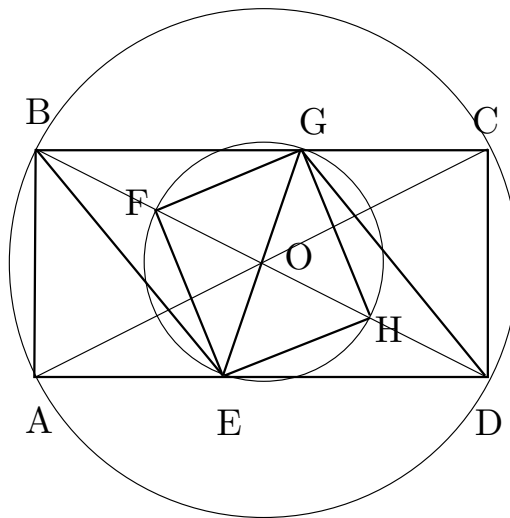
1. Le premier diviseur de 21 à 3 chiffres est 105 (21×5) et le dernier est 987 (21×47), il y a donc : $47 - 5 + 1 = 43$ multiples de 21 à trois chiffres, ce qui nécessite 63 chiffres.
2. De même avec cinq chiffres, on a les multiples compris entre 477×21 (10017) et 4761×21 (99981), il y a donc $4761 - 477 + 1 = 4285$ multiples utilisant 21425 chiffres.

Exercice 2

Partie 1

DGFE et BGHE sont des cerf-volants convexes, BEFG et DEHG sont des cerf-volants concaves.

Partie 2



1. (a) ABCD est un rectangle, donc ses diagonales sont de même longueur et ont le même milieu O. On a donc : $OA=OB=OC=OD$, donc A, B, C et D sont sur le cercle de centre O et de rayon OA.
Le théorème de Pythagore appliqué dans le triangle rectangle ABD permet de calculer la longueur BD.
 $BD = \sqrt{144 + 36} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$.
Le rayon du cercle mesure donc $3\sqrt{5}$ cm.
- (b) (DE) et (BG) sont parallèles car ABCD est un rectangle. De plus [DE] et [BG] ont la même longueur $12 - x$. Comme le quadrilatère DEBG est non croisé, le fait d'avoir deux côtés parallèles et de même longueur permet d'affirmer que c'est un parallélogramme.
Ses diagonales ont donc le même milieu O.

2. (a) (FH) passe par O, centre du cercle de diamètre [EG], donc [FH] est un diamètre de ce cercle.
Les diagonales de EFGH ont donc le même milieu et la même longueur. On en déduit que EFGH est un rectangle.
- (b) Pour que EFGH soit un carré il faut que ses diagonales soient perpendiculaires. Si on trace la perpendiculaire à (DB) passant par O, cette droite coupe [AD] et [BC] en deux points E et G pour lesquels EFGH est un carré.¹
3. (a) x peut prendre toutes les valeurs de l'intervalle $[0 ; 12]$.
- (b) Si $x = 2$, d'après le théorème de Pythagore appliqué dans le triangle rectangle AEB, on a : $EB = \sqrt{x^2 + 36}$.
- (c) Si $EB = 10$, on a $\sqrt{x^2 + 36} = 10$, donc en élevant au carré :
 $x^2 + 36 = 100$, d'où $x^2 = 64$, d'où $x = 8$.

Partie 3

1. Si EFGH est un carré, ses diagonales sont perpendiculaires, donc (EG) et (BD) sont perpendiculaires, donc le parallélogramme DEBG est un losange.
2. Voir plus haut (question 2b) : on trace la perpendiculaire à (BD) passant par O ...

Questions complémentaires

1. Les grands types d'activités en géométrie sont la construction de figures à partir d'un modèle ou d'un programme de construction, la description de figures, l'analyse de figures ou de solides. On attend aussi de l'élève qu'il connaisse quelques figures usuelles et certaines de leurs propriétés.
L'activité présentée en question 1 relève de la construction de figure aux instruments. Pour y parvenir l'élève devra analyser la figure, prendre des mesures, élaborer une chronologie de tracé.
2. Pour valider la reproduction on pourra utiliser un calque si la figure demandée doit être de la même dimension (ce n'est pas précisé).
Sinon, il faudra vérifier que les éléments importants sont respectés : EFGH doit être un carré, EBGD doit être un losange (ces deux résultats vont normalement ensemble), ABCD doit être un rectangle.
3. Pour répondre à la question 2 l'élève utilise les propriétés caractéristiques qu'il connaît : angles droits, égalités de longueur des côtés, parallélisme. Il vérifie ces propriétés avec son équerre et son double décimètre. (Pour le parallélisme, il mesure l'écart entre les deux droites et constate qu'il est constant ou il utilise le fait que les côtés d'un rectangle sont parallèles.)
4. La décision d'inverser l'ordre des questions peut s'avérer pertinente pour aider l'élève à analyser la figure à reproduire.

¹ On peut aussi résoudre cette question algébriquement, en utilisant les questions suivantes, à savoir qu'il faut trouver x pour que BEDG soit un losange.

On a alors : $BE = BG$ si $\sqrt{x^2 + 36} = 12 - x$, donc si $x^2 + 36 = (12 - x)^2$.

La résolution de cette équation donne $x = \frac{9}{2}$.

Exercice 3

1. Si la commande n'est pas un multiple de p il sera difficile de la conditionner, on peut supposer qu'il n'est pas recommandé d'expédier des cartons d'ampoules incomplets.
2. (a) On divise N par 200, le quotient est G , puis on divise le reste par 50, le quotient est M , enfin on divise le reste par 10 et on obtient P .
Si $N=192310$, on a : $192310 = 961 \times 200 + 110$ et $110 = 2 \times 50 + 10$.
Donc $G=961$, $M=2$ et $P=1$.
(b) Dans ce cas il suffit de considérer la numération décimale : G est le nombre de milliers, M est le nombre correspondant au chiffre des centaines et P est le nombre correspondant au chiffre des dizaines.
Pour $N=40520$, on a donc : $G=40$, $M=5$ et $P=2$.
3. (a) Dans le cas général, G est le quotient de la division euclidienne de N par g .
On obtient ensuite M comme quotient de la division euclidienne du reste par m , et P comme quotient de la division de ce deuxième reste par p .
(b) Dans ce cas, l'écriture du nombre N en base p (on suppose pour des raisons pratiques évidentes que $p>1$) donne le résultat suivant :
Si en base p , $N=\overline{\dots fedcba}$, alors $G=\overline{\dots fed}$, $M=c$ et $P=b$. (Remarque : on a forcément $a=0$, d'après la première question).
Application numérique :
En base 12, 19824 s'écrit $\overline{B580}$ car $19824 = 11 \times 12^3 + 5 \times 12^2 + 8 \times 12^0$.
Donc $G=\overline{B}=11$, $M=5$ et $P=8$.

Questions complémentaires

1. La connaissance principale mise en œuvre est la maîtrise du système décimal de numération, notamment le principe d'échange de 10 unités contre une unité de rang supérieur.
2. (a) Pour connaître le nombre de trombones par sachet et par boîte l'élève peut calculer au moyen d'additions itérées ou de multiplications, ou il peut utiliser la règle des zéros (il y a dix fois plus de trombones dans le sachet que dans le collier donc on ajoute un zéro : il y a 100 trombones.), enfin il peut mobiliser un résultat connu : 10 fois 10 cela fait cent et 10 fois cent cela fait mille.
(b) L'élève peut dénombrer les boîtes (il y en a 3, donc 3000 trombones), puis les sacs (il y en a 9, donc 900 trombones), puis les colliers (il y en a 13, donc 130 trombones) et les trombones (il y en a 22). Il additionne ensuite : $3000+900+130+22=4052$.
L'élève peut aussi partir des trombones isolés et procéder à des regroupements : il y a 22 trombones, donc on peut rajouter deux colliers et il reste deux trombones. Dès lors, il y a 15 colliers, donc on peut ajouter un sac et il reste 5 colliers. Il y a maintenant 10 sacs, que l'on transforme en 1 boîte (et 0 sacs). Il reste 4 boîtes. D'où le résultat, directement écrit en base 10 : 4052.
3. Normalement le principe d'échanges a été vu avant le CM1. Il s'agit donc de redécouvrir, de réactualiser les connaissances en utilisant un registre de nombres plus élevés. Cette activité permet aussi de rappeler le sens des chiffres dans la numération décimale.

4.
 - Florent se trompe d'objectif, il pense qu'il faut dénombrer les objets présents sur la feuille. Il isole les colliers et les coche en comptant mentalement et il écrit le nombre trouvé, 13 (il oublie un collier quand il les entoure, mais il n'oublie pas de le pointer) . Il pointe ensuite les sacs et écrit leur nombre, 9, puis il entoure les boîtes et écrit leur nombre, 3, enfin il souligne les trombones et écrit leur nombre, 22. Il additionne les 4 nombres écrits et se trompe dans l'addition. En résumé, il n'a pas compris la consigne et s'est trompé dans son calcul.
 - Emeric a compris qu'il était avantageux d'utiliser la base 10. Il essaie de réaliser des conversions : il entoure en pointillé 10 colliers qu'il transforme en un sac qu'il dessine. De même il transforme les 10 sacs en une boîte. Il écrit les nombres correspondant aux boîtes : $2000+1000+1000$. Il rajoute les 22 trombones isolés. Il a donc oublié les trois colliers qui restent.
 Dans un premier temps il s'est trompé en pensant que les boîtes contenaient 100 trombones.
 On peut dire qu'Emeric a bien compris le principe des échanges mais qu'il a curieusement commencé à appliquer ce principe au niveau des colliers au lieu de l'appliquer dès le niveau inférieur.

Florent se trompe d'objectif, il pense qu'il faut dénombrer les objets présents sur la feuille. Il isole les colliers et les coche en comptant mentalement et il écrit le nombre trouvé, 13. Il pointe ensuite les sacs et écrit leur nombre, 9, puis il entoure les boîtes et écrit leur nombre, 3, enfin il souligne les trombones et écrit leur nombre, 22. Il additionne les 4 nombres écrits et se trompe dans l'addition.
5. La calculatrice n'apporterait rien au niveau du calcul car ceux-ci sont faciles à réaliser. De plus les élèves passeraient à côté de l'essentiel de l'activité, à savoir la nécessité d'organiser les calculs pour qu'ils soient économiques.
 Avec une calculatrice les élèves pourraient tout simplement additionner toutes les collections : $1000+3+10+100+2+\dots$