

Concours blanc 2 - Correction

Exercice 1

1. On a quatre choix pour chacune des bandes, donc $4^3 = 64$ possibilités en tout.
2. Si on impose à la bande centrale d'être rouge, il reste 4×4 possibilités pour les autres bandes, donc 16 drapeaux possibles.
3. Il y a quatre choix possibles pour la bande centrale, ensuite on ne dispose plus que des trois autres couleurs. Il y a donc $4 \times 3 \times 3 = 36$ drapeaux différents.

Exercice 2

Soit $\overline{cdu} = 100c + 10d + u$ le nombre cherché. On a :

- Il augmente de 45 lorsqu'on permute les deux chiffres de droite, donc $(100c + 10u + d) - (100c + 10d + u) = 45$, d'où $u - d = 5$.
- Il diminue de 360 lorsqu'on permute les deux chiffres de gauche, donc $(100c + 10d + u) - (100d + 10c + u) = 360$, d'où $c - d = 4$.
De ces deux premiers renseignements, il découle que $d = c - 4$ et $u = d + 5 = c + 1$.
- La somme de ses chiffres est divisible par 7, donc $c + d + u$ est un multiple de 7, c'est à dire $c + (c - 4) + (c + 1) = 3c - 3$ est un multiple de 7.
- Il est compris entre 599 et 899, donc c vaut 6, 7 ou 8.
 $3 \times 6 - 3 = 15$, $3 \times 7 - 3 = 18$, et $3 \times 8 - 3 = 21$. Seul 21 est un multiple de 7, donc $c = 8$. On en déduit que $d = c - 4 = 4$ et que $u = c + 1 = 9$.
Le nombre cherché est 849.

Exercice 3

1. $P = 340762411102 \times 271548$ On décompose : $340\ 762\ 411\ 102 \times 271\ 548$

$$\begin{array}{lll}
 102 \times 548 = 55896 & 340 \times 548 = 186320 & 762 \times 271 = 206502 \\
 411 \times 548 = 225228 & 102 \times 271 = 27642 & 340 \times 271 = 92140 \\
 762 \times 548 = 417576 & 411 \times 271 = 111381 &
 \end{array}$$

On a donc :

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 & 340 & 762 & 411 & 102 \\
 \times & & & 271 & 548 \\
 \hline
 & & & 55 & 896 \\
 & & 225 & 228 & \\
 & 417 & 576 & & \\
 186 & 320 & & & \\
 & & 27 & 642 & \\
 & 111 & 381 & & \\
 & 206 & 502 & & \\
 92 & 140 & & & \\
 \hline
 92 & 533 & 351 & 209 & 925 & 896
 \end{array}
 \end{array}$$

2. $P = 789812604 \times 245816 = (789 \times 10^6 + 812 \times 10^3 + 604) \times (245 \times 10^3 + 816)$

On distribue :

$$P = (789 \times 245) \times 10^9 + (812 \times 245) \times 10^6 + (604 \times 245) \times 10^3 + (789 \times 816) \times 10^6 + (812 \times 816) \times 10^3 + (604 \times 816)$$

$$\text{Donc } P = (604 \times 816) + 10^3 \times (812 \times 816 + 604 \times 245) + 10^6 \times (789 \times 816 + 812 \times 245) + 10^9 \times (789 \times 245)$$

Ce qui justifie la méthode de calcul. Les décalages de 3 cases correspondent aux puissances 0, 3, 6, 9 de dix.

Questions Complémentaires (4 points) :

	procédure	recevable	origine
A	Il multiplie les chiffres des unités : "3 fois 9, 27, je pose 7 et je retiens 2", puis les chiffres des dizaines en prenant en compte la retenue.	non	Mauvaise compréhension de la technique opératoire, confusion avec celle de l'addition.
B	Il effectue une multiplication par blocs comme vue plus haut avec des blocs de un chiffre.	oui	
C	L'élève sait qu'il faut décaler le produit obtenu en multipliant par 5. Les retenues qui apparaissent dans la marge à droite semblent montrer qu'il commet d'une part des erreurs de table de multiplication, (3 fois 9, 21 5 fois 9, 40). Pour la deuxième ligne, il commence par dire " 5 fois 9, 40 " ; puis directement " 5 fois 4, 20 ; 40 et 20, 60 ", ou alors, après s'être dit " 5 fois 4, 20 ", voulant poser le zéro et constatant qu'il y est déjà, peut-être a-t-il pensé l'avoir déjà écrit et n'avoir plus qu'à faire 2 plus la retenue.	non	Mauvaise connaissance de la table de 9. Fragilité dans le principe du décalage, peut-être parasité par le fait que le zéro était déjà posé.
D	Il multiplie les chiffres des unités et pose la retenue. Puis comme il s'agit d'une multiplication il multiplie la retenue avec les deux chiffres des dizaines.	non	Mauvaise compréhension de la technique, notamment du rôle de la retenue. Tentative d'adaptation de la technique de l'addition.
E	Il effectue correctement les deux multiplications partielles mais oublie le décalage.	non	Mauvaise compréhension de la technique (peut-être dû à un enseignement abandonnant trop vite le zéro au bénéfice du décalage).
F	Il effectue correctement les deux multiplications partielles en commençant par le chiffre des dizaines du multiplicateur. Il applique le décalage	oui	

2. Voir tableau.
3. Remarque : la technique de calcul " habituelle " en France est la suivante :

$$\begin{array}{r}
 49 \\
 \times 53 \\
 \hline
 147 \\
 2450 \\
 \hline
 2597
 \end{array}$$

On commence par calculer le produit de 49 par 3 (unités) puis le produit de 49 par 5 (dizaines).

Les documents d'accompagnement conseillent de placer un " zéro " à droite du second nombre pour bien montrer qu'on a multiplié 49 par 50 et non pas par 5.

solution B :

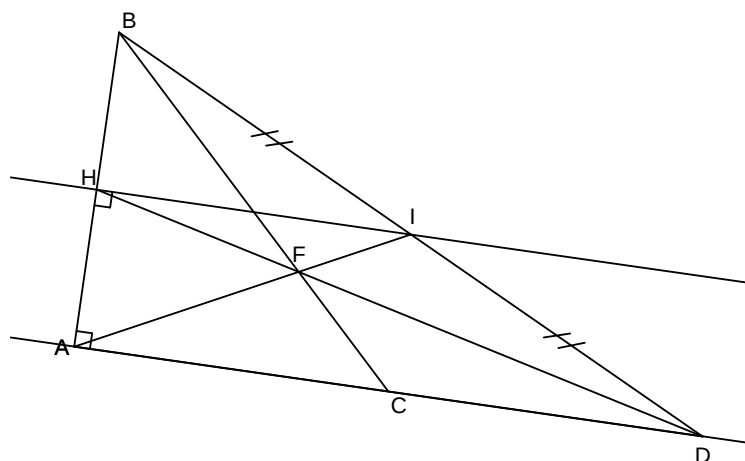
Le travail à faire avec l'élève qui propose la solution B doit le conduire à condenser ses calculs en ramenant ses 4 lignes à 2 lignes. Il faut donc qu'il apprenne à produire et à utiliser une retenue venant du chiffre de droite du multiplicande (tout au moins tant qu'on ne dépasse pas des nombres à deux chiffres).

solution F :

L'élève qui produit la solution F devrait au contraire apprendre à commencer par le chiffre de droite du multiplicateur.

Il est intéressant de mettre ensemble ces deux élèves qui chacun pourrait " enseigner " à l'autre la partie de sa technique qui lui manque pour arriver à la technique usuelle. A priori, rien n'interdit de procéder comme l'élève F et on peut se demander s'il est souhaitable de lui faire changer de méthode s'il maîtrise bien cette technique, ce qui resterait à vérifier.

Exercice 4



- 1.
2. I est le milieu de [BD] et C est le milieu de [AD]. D'après le théorème de la droite des milieux appliqué dans le triangle ABD, (IC) est donc parallèle à (AB).
3. Le triangle ABD est rectangle, il est donc inscrit dans un cercle de diamètre son hypoténuse [BD].

Le centre de ce cercle est donc I, le rayon est la longueur IB.

On calcule cette longueur à l'aide du théorème de Pythagore dans le triangle ABD.

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{36 + 144} = \sqrt{180}.$$

$$\text{Donc } IB = \frac{\sqrt{180}}{2} = \sqrt{45} \approx 6,7 \text{ cm.}$$

4. Les droites (AI) et (BC) sont deux médianes du triangle ABD, leur point d'intersection F est donc le centre de gravité de ABD.

5. Le triangle AIB est isocèle car I est le centre du cercle circonscrit à ABD. Donc la hauteur (IH) est aussi médiane.

Donc H est le milieu de [AB] et (DH) est la troisième médiane de ABD.

Donc F appartient à cette médiane et les points H, F et D sont alignés.

Questions complémentaires :

1. (a) La propriété géométrique visée est "l'ensemble des points M pour lesquels les droites (AM) et (BM) sont perpendiculaires est le cercle de diamètre [AB] (privé de A et de B)."

- (b) Il est nécessaire que le maître connaisse la propriété pour apporter une aide aux élèves ou simplement pour donner des réponses pertinentes aux hypothèses posées par ceux-ci.

La propriété n'est pas au programme de l'école élémentaire (mais à celui de Quatrième), il s'agit donc d'une activité de découverte "pour chercher" et non pour installer une connaissance exigible.

- (c) Pour réussir l'exercice l'élève doit être capable de comprendre l'énoncé (multi-forme), d'effectuer un tracé à partir de celui-ci, de savoir ce que signifie le mot "perpendiculaire", de manipuler correctement ses instruments de géométrie, de conjecturer la présence d'un cercle et de vérifier son hypothèse.

2. La première production présente un problème de "tassement" du demi-cercle inférieur, sans doute dû à une mauvaise manipulation de l'équerre ou de la feuille.

La production 5 et la production 6 sont erronées.

Pour la 5, l'élève a placé des points M pour lesquels les droites (AB) et (AM) ou alors (AB) et (BM) sont perpendiculaires. Ce n'est pas ce qui était demandé. Peut-être a-t-il interprété "perpendiculaires" par "perpendiculaires à (AB)" ? ou comme "verticales" ?

Pour la 6, l'élève a placé un point correctement, puis il a supposé qu'il fallait trouver des points alignés et il les a placés en conséquence. Il est aussi possible qu'il ait placé des points le long du bord inférieur de l'équerre.

3. L'illustration de l'énoncé privilégie le demi-plan situé au dessus de [AB], l'élève de la production 3 a peut-être subi cette influence.

La question finale laisse entendre que les points doivent être positionnés d'une manière particulière. Par un effet de contrat didactique l'élève de la production 6 place les points pour qu'ils soient alignés.

4. L'élève de la production 2 a découvert deux résultats importants : les points sont sur un cercle et il y en a un infini.

L'élève de la production 5 s'est trompé (voir plus haut) mais son commentaire n'est pas cohérent avec son erreur car les points trouvés ne sont pas tous alignés.