

SUJET n°9 - Correction

Première partie - volet 1

Exercice 1

Soient N et M les dates de naissance et de mort de Dürer. On a le système :

$$\begin{cases} M + N = 2999 \\ M^2 - N^2 = 170943 \end{cases}$$

Comme $M^2 - N^2 = (M + N)(M - N)$, on a le système :

$$\begin{cases} M + N = 2999 \\ M - N = \frac{170943}{2999} = 57 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} 2M = 2999 + 57 \\ N = M - 57 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} M = 1528 \\ N = 1471 \end{cases}$$

(3 pts)

Exercice 2

Quelle que soit la case choisie au départ, le rapport $\frac{S}{C}$ vaut 4.

Soit $C = a \times b$ le nombre choisi, à la ligne a et la colonne b .

On a alors $S = (a - 1)(b) + (a)(b - 1) + (a)(b + 1) + (a + 1)(b)$.

Donc $S = 4ab = 4C$. (3 pts)

Exercice 3

1. On applique le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABH .

On a : $AH^2 + BH^2 = AB^2$ donc $AH^2 + x^2 = 25$. Donc $AH^2 = 25 - x^2$.

De même dans le triangle rectangle ACH , on a $AH^2 + CH^2 = AC^2$

donc $AH^2 + (7 - x)^2 = 16$. Donc $AH^2 = 16 - (7 - x)^2$.

D'où l'égalité : $25 - x^2 = 16 - (7 - x)^2$.

(2 pts)

2. On a donc : $25 - x^2 = 16 - (49 - 14x + x^2) = -33 + 14x - x^2$. D'où $58 = 14x$ donc

$$x = \frac{58}{14} = \frac{29}{7}.$$

L'aire du triangle ABC mesure $\mathcal{A} = \frac{BC \times AH}{2}$.

On calcule AH .

$$AH^2 = 25 - x^2 = 25 - \left(\frac{29}{7}\right)^2 = \frac{25 \times 49 - 29^2}{49} = \frac{384}{49}.$$

$$AH = \frac{8\sqrt{6}}{7}. \text{ Donc } \mathcal{A} = \frac{7 \times \frac{8\sqrt{6}}{7}}{2} = \frac{8\sqrt{6}}{2} = 4\sqrt{6}$$

(2 pts)

3. Selon la formule de Héron : « Pour un triangle dont les longueurs des côtés sont a , b et c , l'aire est égale à $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, p désignant le demi-périmètre du triangle. »

Ici, $p = \frac{5 + 7 + 4}{2} = 8$. On a donc $\mathcal{A} = \sqrt{8(8-5)(8-7)(8-4)} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$
 On trouve bien le même résultat. (2 pts)

Exercice 4

1. La notion sous-jacente est la proportionnalité. (1 pt)
2. Pour 10 personnes il faut 15 œufs, donc pour 30 personnes il en faut 3 fois plus : 45 œufs.
 Si j'utilise 18 œufs, j'en utilise 3 fois la quantité pour 9 personnes, il y a donc $3 \times 9 = 27$ personnes. (2 pts)

Élève	Procédures
A	Il utilise probablement la propriété de linéarité additive : Il faut 10 œufs pour 15 personnes et 6 œufs pour 9 personnes, donc 16 œufs pour $15+9=24$ personnes. Si on ajoute 10 œufs, on nourrit 15 personnes de plus, donc 39 en tout, si on retire 6 œufs, on retire 9 personnes, il en reste 30.
B	Il considère que 30 personnes représentent 5 groupes de 6 personnes. Or 6 personnes correspondent à un groupe de 15 moins un groupe de 9. Il applique ensuite les deux propriétés de linéarité : $f(k(x-y)) = k \times (f(x) - f(y))$.
C	30 personnes, c'est 2 fois 15 personnes. L'élève utilise la propriété du double. (l'homogénéité)
D	L'élève utilise la " règle de trois ".
E	L'élève a trouvé le rapport de proportionnalité à partir des exemples donnés par l'énoncé, il multiplie donc le nombre de personnes par ce coefficient.

3. (3 pts)

4. L'élève F part du résultat " il faut 20 œufs pour 30 personnes ", il enlève deux œufs et en déduit qu'il faut enlever deux personnes. Il a bien compris que les opérations effectuées sur l'une des quantités doivent être effectuées sur l'autre mais il a perdu de vue le caractère multiplicatif du problème. On peut lui poser la question : "et pour 10 personnes ?" et le conduire à poursuivre son raisonnement : "16 œufs pour 26 personnes, 14 œufs pour 24 personnes, ... 0 œufs pour 10 personnes". il constatera ainsi qu'il y a une faille dans son raisonnement.

L'élève G a interverti les œufs et les convives. Il résout le problème " Combien faut-il d'œufs pour 18 personnes ? ". Son erreur est peut-être due à l'automatisme de la résolution suite à la question 1. Il suffit sans doute de lui faire remarquer l'erreur. (2 pts)

5. La synthèse devra introduire le mot "proportionnel" et le tableau de proportionnalité.

On peut reprendre l'exemple comme point de départ et dire que le nombre d'œufs est proportionnel au nombre de personnes.

Il est prématuré de présenter des techniques expertes, mais on présentera la disposition en tableau. (1 pt)