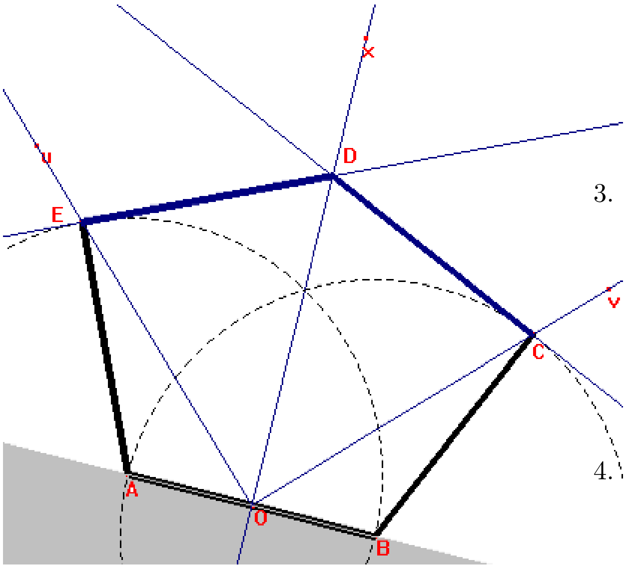
SUJET n°8 - Correction

Exercice 1

1. 

   (1 pt)

2. (xy) est la médiatrice de [AB], donc A et B sont symétriques par rapport à (xy). Donc le cercle de centre A passant par B est symétrique du cercle de centre B passant par A, par rapport à (xy). De même les angles $\widehat{\mathrm{BO}x}$ et $\widehat{\mathrm{AO}x}$ sont symétriques par rapport à (xy). Il en va de même des bissectrices de ces angles. Donc les points C et E, intersections d'éléments symétriques par rapport à (xy), sont symétriques par rapport à (xy).
   Donc les perpendiculaires à [AE] en E et à [BC] en C sont symétriques par rapport à (xy). Donc l'intersection D de ces deux perpendiculaires est son propre symétrique, il appartient donc à (xy). ***(2 pts)***

3. Les angles $\widehat{\mathrm{AOD}}$ et $\widehat{\mathrm{AED}}$ sont droits, donc les triangles AOD et AED sont inscrits dans des demi-cercles de diamètre [AD].
   L'angle $\widehat{\mathrm{ADE}}$ est un angle inscrit dans ce cercle, il intercepte le même arc que l'angle $\widehat{\mathrm{AOE}}$. Ces deux angles mesurent donc 45°, car $[\mathrm{O}u)$ est la bissectrice de l'angle droit $\widehat{\mathrm{AOD}}$. ***(1,5 pt)***

4. AB = AE car E appartient au cercle de centre A et de rayon AB.
   AB = BC car C appartient au cercle de centre B et de rayon AB.
   Le triangle AED est isocèle car il est rectangle et l'un de ses angles, $\widehat{\mathrm{ADE}}$, mesure 45°. Donc AE = ED.
   Enfin, ED = CD car [ED] et[CD] sont symétriques par rapport à (xy).
   Donc tous les côtés du pentagone ont la même mesure. ***(1 pt)*** Le pentagone n'est pas régulier car les angles n'ont pas la même mesure : si le pentagone était régulier, les angles mesureraient tous 108°, or l'angle $\widehat{\mathrm{AED}}$ est droit. ***(0,5 pt)***

Exercice 2

1. Le nombre de tomates est un multiple de 6, de 9 et de 8, donc de leur PPCM qui est égal à 72. On cherche donc les multiples de 72 situés entre 1700 et 1750, il n'y en a qu'un : 1728. ***(1 pt)***
2. Les élèves cherchent un multiple de 9 qui se trouve dans l'intervalle [1700 ; 1750]. Pour cela ils procèdent par encadrements successifs en multipliant 9 par 100, 200, 150, 180 . . . .
   Le premier multiple qu'ils trouvent est 1710 = 190×9.
   Les élèves divisent ensuite le nombre de barquettes par 9. Ils ont perdu le fil du problème car, d'une part c'est le nombre de tomates qu'il conviendrait de diviser, d'autre part le résultat de cette opération serait connu, c'est 190.
   Ils constatent que 190 n'est pas un multiple de 9, mais que 189 en est un. Ils multiplient 189 par 9 et obtiennent 1701 qui pourrait aussi être un nombre de tomates satisfaisant.
   Les élèves remarquent que 1701 n'est pas un multiple de 6. Il leur apparaît alors que le nombre de tomate doit être un nombre pair afin d'être conditionnable par paquets de 6.
   Ils ont alors 25 nombres possibles. Ils en essaient un au milieu (car l'énoncé dit "entre" 1700 et 1750 ?), puis un autre "à côté". Ce nombre convient et les élèves en déduisent qu'ils ont trouvé la bonne réponse. ***(2 pts)***
3. - Compétences relatives à la résolution de problèmes : capacité à comprendre l'énoncé, à s'emparer de celui-ci, à organiser son travail, à élaborer une méthode, à la suivre jusqu'au bout, à conclure.

- Connaissances mathématiques : critères de divisibilité, division euclidienne, multiplication, notion de nombre pair. ***(1 pt)***

Exercice 3

1. L'élève multiplie chaque chiffre avec celui qui est au-dessus, en tenant compte des retenues.
   Cela donne, pour la première opération : "9 fois 5 égale 45, je note 5 et je retiens 4, 1 fois 4 égale 4 plus les 4 de retenue, cela fait 8".
   Pour la seconde : "5 fois 3 égal 15, je pose 5 et je retiens 1, 0 fois 2 égal 0 plus 1 de retenue, enfin 5 fois 3 font 15." ***(1 pt)***
2. L'élève a sans doute procédé comme avant : "5 fois 6 font trente, j'écris 0 et je retiens 3", puis il n'a plus de chiffres à utiliser pour le multiplicateur donc il ajoute simplement la retenue et obtient 30. Ensuite sans doute rajoute-t-il une deuxième fois la retenue pour écrire 60. (Il trouve peut-être que 30 n'est pas un résultat suffisant ?) ***(0,5 pt)***
3. S'il procède de la même manière, il ne peut écrire que des zéros. ***(0,5 pt)***
4. Sa technique de division est du même type : il prend les chiffres les uns après les autres en commençant par la droite, il écrit le quotient et le reste. Pour la première division : "6 divisé par 4, j'écris 1 et le reste 2, 3 divisé par 4, il y va 0 fois et il reste 3 ... " Pour la deuxième division : "2 divisé par 6, il va 0 fois et il reste 2, 7 divisé par 6, il va 1 fois et reste 1 ... " Puis l'élève divise de la même façon par 2. Il ne parvient à conclure à un résultat unique. ***(1 pt)***
5. L'élève sait additionner et soustraire deux nombres et il connaît apparemment ses tables de multiplication.
   Il sait effectuer une multiplication ou une division si les deux nombres n'ont qu'un chiffre. Il effectue mentalement les calculs intermédiaires.
   Il a compris la disposition spatiale des différentes opérations. ***(1 pt)***

Exercice 4

1. Soit n le premier des trois entiers, alors les deux suivants sont $n+1$ et $n+2$, donc la somme des trois nombres vaut $3n+3$, c'est à dire $3 \times (n+1)$. C'est donc un multiple de 3. ***(2 pts)***
2. Procédons de même : soit n le plus petit des quatre entiers, on a alors :
   $N = n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 4n + 6$. Donc $N - 2 = 4n + 4 = 4 \times (n+1)$, donc N-2 est un multiple de 4. ***(1 pt)***
   Soit N un entier tel que N-2 soit un multiple de 4, il existe donc un entier k tel que $N - 2 = 4k$. Donc $N = 4k + 2 = (k-1) + k + (k+1) + (k+2)$. N est donc la somme de quatre entiers naturels consécutifs si et seulement si $k - 1$ est un entier naturel, donc si k est au moins égal à 1, ce qui correspond à N au moins égal à 6. ***(1 pt)***
3. Soit n le plus petit de ces nombres, on a alors : $n + (n+1) + \ldots + (n+50) = 1785$. Donc $51n + (1+2+3+\ldots+50) = 1785$. Donc $51n + \dfrac{50 \times 51}{2} = 1785$, d'où $n = \dfrac{1785 - 25 \times 51}{51} = 10$. Les nombres cherchés sont 10, 11,... 60.
   Autre solution :
   $1 + 2 + 3 + \ldots + 51 = \dfrac{51 \times 52}{2} = 1326$.
   $1785 - 1326 = 459 = 9 \times 51$.
   Il faut donc ajouter 9 à chacun des termes de la somme $1 + 2 + 3 + \ldots + 51$.
   On a donc : $10 + 11 + 12 + \ldots + 60 = 1785$ ***(2 pts)***