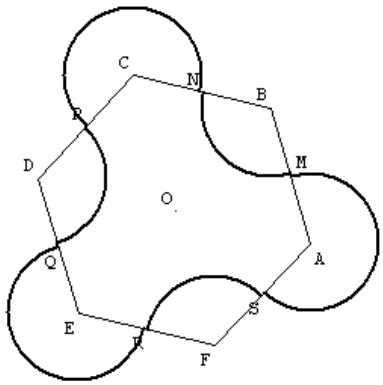
Sujet n°3 : Correction

Première partie - Mathématiques

exercice 1

Soit N le nombre de bouteilles. On sait que $N-2$ est divisible par 3, 5 et 7, donc par leur PPCM.
PPCM(3,5,7)=105.
Le seul multiple de 105 compris entre 1500 et 1600 est 1575.
Donc $N-2=1575$, donc $N=1575$. (*3 points*)

exercice 2



1. (figure : *1 point*)
2. On admet comme acquis que les angles au sommet de l'hexagone régulier mesurent 120°.
   G est constitué de la réunion de trois arcs de cercles de rayon a et d'angle au centre de mesure 240° (les arcs de centres A, C et E) et de trois arcs de cercles de rayon a et d'angle au centre de mesure 120° (les arcs de centres B, D et F).
   Un cercle complet correspond à un angle au centre de 360°.
   Les arcs ont donc des longueurs égales à celle de deux tiers de circonférences ou d'un tiers de circonférence. La réunion des six arcs à la même longueur que trois circonférences de rayon a, la longueur de G est donc égale à : $L=3\times 2\pi a=6\pi a$. (*2 points*)
3. L'aire de S est égale à celle de l'hexagone, privée de celle de trois tiers de disque de rayon a, et ajoutée de celle de trois fois deux tiers de disque de rayon a.
   Cette aire est donc l'aire de l'hexagone ajoutée de celle d'un disque de rayon a.
   L'aire de l'hexagone est égale à six fois l'aire d'un triangle équilatéral de base $2a$.
   La longueur des hauteurs de ce triangle peuvent être calculées par le théorème de Pythagore, elles mesurent :
   $\sqrt{(2a)^2-a^2}=a\sqrt{3}$
   L'aire de l'hexagone est donc égale à :
   $6\times\dfrac{a\sqrt{3}\times 2a}{2}=6a^2\sqrt{3}$.
   L'aire d'un disque de rayon a est de πa^2, l'aire recherchée est donc :
   $A(S)=6a^2\sqrt{3}+\pi a^2=a^2(6\sqrt{3}+\pi)$.
   (*2 points*)
   [1]

[1] la donnée a=3 cm n'est indiquée que pour le tracé, il n'y a pas lieu de l'utiliser dans cette question.

Exercice 3

1. Supposons que le Lion mente, en ce cas il disait la vérité la veille et nous sommes lundi. Mais alors la Licorne dit aussi la vérité ce qui est impossible car le dimanche elle ne ment pas.
   On en déduit que le Lion dit la vérité. Nous sommes alors **jeudi**. Dans ce cas la Licorne ment et comme elle disait la vérité la veille, elle prétend qu'elle mentait. C'est cohérent. (*1 point*)
2. Supposons que le Lion dise la vérité. Nous sommes donc un jeudi. Trois jours plus tard, un dimanche, il ne mentira pas. Cette hypothèse est donc réfutée.
   Supposons que le Lion mente. La veille il disait la vérité. Le seul jour possible est donc **lundi**. Trois jours plus tard, le jeudi il dira la vérité. C'est cohérent. (*1 point*)
3. Le lion ne dit pas la vérité car il n'a pas de jour de "vérité" entre deux jours de mensonge. Donc il ment. Nous sommes donc un lundi, un mardi ou un mercredi. La négation de sa phrase, c'est à dire la phrase "hier je disais la vérité ou je la dirai demain" est donc exacte. Il peut donc s'agir d'un **lundi** ou d'un **mercredi**. (*2 points*)

Deuxième partie - Didactique

1. Le jeu de bataille porte sur l'aspect cardinal du nombre, les enfants doivent savoir sur quelle carte la quantité est la plus importante.
   Le jeu b) exploite l'aspect ordinal car les enfants doivent proposer des suites ordonnées de nombres (*ou tout simplement l'ordre des nombres*) (*1 point*).
2. Pour le jeu a) :
   - L'élève peut procéder en correspondance terme à terme, en posant ses deux index sur les signes des deux cartes.
   - Idem, en utilisant une correspondance par paquets, particulièrement adaptée dans le cas des cartes.
   - Il peut utiliser les chiffres indiqués sur la carte et exploiter sa connaissance de la comptine numérique.
   - Il peut construire une collection auxiliaire : ex. 6 contre 8 : ////// ////////, puis barrer dans les deux collections. (cas particulier : les élèves peuvent utiliser leurs doigts et les mettre en vis à vis)

   [2] Pour le jeu b) :
   - L'élève peut partir de son jeu : choisir les cartes susceptibles d'être jouables (même couleur, à peu près même hauteur) puis comparer avec la carte exposée en utilisant des procédures proches de celles du jeu a) : comparaison des collections ou comparaison des nombres.
   - L'élève peut partir de la carte exposée. Il cherche le précédent ou le suivant, pour cela il peut utiliser les chiffres indiqués aux coins des cartes et la comptine numérique qu'il récite

[2] Il peut procéder par subitizing pour comparer un 3 et un 4 par exemple, de même il peut procéder par perception immédiate, s'il doit comparer un 2 et un 8, par exemple. Mais ces procédures ne conviennent pas toujours, elle ne répondent donc pas à la question.

- soit en recommençant à 1,
- soit à partir de la carte exposée,
- en surcomptant ou en en décomptant (toutefois ces deux dernières procédures ne sont pas applicables à toutes les situations de jeu)
- L'élève peut s'appuyer sur la file numérique, si elle est affichée.

(*1 point*)

3. Pour la dernière procédure citée : l'élève devra dans un premier temps repérer les endroits où il est susceptible de pouvoir poser une carte. (Il y a une ou deux cartes possibles : si le 5 de cœur est retourné, l'élève peut jouer s'il a le 4 ou le 6 de cœur ; si l'as de cœur est la première carte, il n'y a qu'une carte jouable.) Il doit donc connaître le nombre de cœurs (par exemple) de la carte exposée. Pour cela, il peut soit lire le chiffre, soit dénombrer les cœurs. Ensuite, il lui faut savoir s'il doit trouver le précédent, le suivant ou n'importe lequel des deux (au début de la partie) . Puis il doit identifier ces cartes et chercher si elles figurent dans son jeu. Pour cela, il doit trier les cœurs et les non-cœurs, puis chercher parmi les cœurs s'il dispose d'une carte jouable, donc encore dénombrer ou regarder les chiffres, sans perdre de vue ce qu'il cherche. (Suivant la procédure choisie pour l'explication, on fera référence aux compétences liées à la connaissance de la comptine, à la maîtrise de son utilisation, au dénombrement des collections, à la comparaison des collections, ...)(*1 point*)
4. L'élève peut commettre une erreur :
   - en récitant la comptine numérique : "1,2,3,5,6,"
   - en coordonnant mal sa récitation de la comptine et le mouvement de ses doigts ou de ses yeux.
   - en ne maîtrisant pas la règle : le cardinal de la collection est le dernier nombre cité. L'élève récite alors "1, 2, 3, 4, 5, 6", mais il ne sait pas conclure qu'il y a six cœurs.
   - en comptant des éléments qu'il ne faut pas compter : les chiffres, les petits symboles aux coins.

   (*1 point*)
5. Pour le premier jeu, l'élève peut avoir des difficultés à comparer quand les cartes sont toutes les deux proches et élevées, par exemple 7 de trèfle contre 9 de pique. Les procédures fondées sur la perception (subitizing, repérage des constellations standards ...) sont prises en défaut et il faut dénombrer. Le maître peut alors proposer la correspondance terme à terme, suggérer une collection auxiliaire, prêter des jetons... Pour le deuxième jeu, l'élève peut avoir des difficultés à trouver le précédent (ce qui est plus difficile que le suivant, car la comptine est "à l'envers") d'un nombre, ou à savoir si deux nombres sont consécutifs. Le maître peut mettre une file numérique à disposition.(*1 point*)
6. Au choix :
   - Si l'élève peut toucher les deux cartes, il peut résoudre le problème de comparaison par correspondance terme à terme, sans recourir au nombre, en déplaçant ses doigts sur les deux cartes. En supprimant cette possibilité, le maître incite l'élève à passer par le nombre.

- La disposition des symboles sur les cartes favorise ou non la perception globale. Si le maître veut contraindre les élèves à un dénombrement, il fabriquera un jeu sans chiffres, avec des symboles dispersés d'une manière inhabituelle.
- La présence de chiffres sur la carte peut rendre le dénombrement inutile. Si le maître souhaite que les élèves dénombrent effectivement les symboles, il aura avantage à supprimer ces chiffres, en revanche s'il préfère que les élèves apprennent à comparer des nombres sans le support de collections, il peut utiliser un jeu de cartes sur lequel il n'y aura que des chiffres.
- En utilisant un jeu qui "dépasse le 10", on peut conduire les élèves à explorer un champ numérique plus vaste et les contraindre à utiliser la comptine.

(*1 point*)

7. L'objectif principal pourrait être : "savoir déterminer le précédent (le suivant) d'un nombre" ou plus globalement "savoir comparer deux nombres".
   Activité proposée : toute activité qui conduit l'élève à compléter une suite numérique, à ranger une suite de nombres, à trouver le précédent ou le suivant d'un nombre... (*1 point*)