Sujet n°2 : correction

Volet 1(*4 pts*)

Soit $N = \overline{cdu}$ le nombre cherché. Les hypothèses se traduisent par le système

$$\begin{cases} c+d+u=14 \\ c+d=u \\ c-d=\dfrac{5}{7}\times u \quad \text{ou} \quad d-c=\dfrac{5}{7}\times u \end{cases}$$

(L'énoncé parle de "différence" sans préciser lequel des deux nombres est le plus grand, il faut donc considérer les deux cas.)
D'où, après résolution : $N = 167$ ou $N = 617$.
(Lors de la résolution, on peut remarquer que le chiffre des unités ne peut être qu'un 7 à cause de la troisième équation).

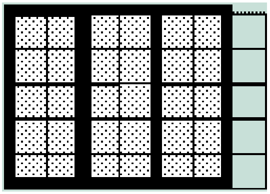
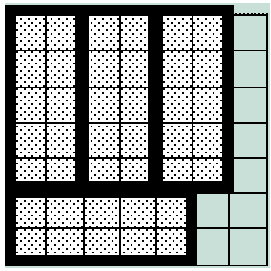
Volet 2

1. **En quelle classe peut-on situer cette activité ? Quel est l'objectif principal de l'enseignant ?**(*3 pts*)
   Les nombres abordés sont compris entre 9 et 81. L'activité porte sur la numération décimale, particulièrement sur la décomposition dizaine-unité d'un nombre à deux chiffres. Cette activité a sa place au cycle 2. La taille des nombres utilisés permet de penser que l'activité se situe au CP.
   L'objectif principal est le recours aux nombres pour garder la mémoire d'une quantité. Un deuxième objectif est l'introduction de la décomposition dizaines-unités. Selon que la séance se situe en début de CP ou un peu plus tard dans l'année, l'objectif principal est le premier ou le second des deux cités.

2. **Décrire les procédures attendues des élèves dans l'étape 1. Comment peuvent-ils valider leur activité ?**(*3 pts*)
   La tâche de l'élève consiste à dénombrer ses carreaux, à conserver en mémoire le nombre trouvé, à se rendre à la table et à constituer une collection dont le nombre est celui qu'il a en mémoire.
   Il y a donc deux sous-étapes dans l'étape 1.
   Première solution : Les élèves dénombrent les carreaux dans le rectangle (diverses procédures possibles, éventuellement en écrivant dans le rectangle).
   Ils gardent la mémoire de ce nombre. Un élève se rend à la table centrale. Il doit trouver une décomposition additive de leur nombre de carreaux utilisant des paquets de 10 et de 1. Mais il n'est pas certain qu'ils parviennent à réaliser le puzzle.
   Deuxième solution : Ils anticipent en traçant le découpage sur le rectangle. Ils gardent la mémoire des pièces dont ils ont besoin et un élève va les chercher.
   Pour valider, les élèves reconstituent le puzzle.

3. **Dans l'étape 1, pourquoi la consigne impose-t-elle un seul voyage et un seul enfant ?**(*2 pts*)
   Si l'élève avait droit à plusieurs voyages il n'aurait pas besoin de garder la mémoire du nombre de pièces ou de carreaux. Il pourrait procéder par tâtonnements successifs.
   La limitation à un seul élève pour le voyage impose aux élèves de se mettre d'accord.

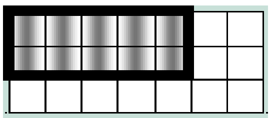
4. **Quelles sont les variables didactiques de l'étape 1 ? Expliquer en quoi les étapes 2 et 3 permettent de modifier les procédures de résolution du problème.**(*3 pts*)
   - La taille du rectangle : elle nécessite ou non la mémoire des dizaines (un rectangle de 3×4 ne l'impose pas)
   - Les dimensions : un rectangle de 5×7, par exemple, induit le passage à 3 dizaines et 5 unités car les pièces du puzzle sont apparentes. Ce n'est pas le cas pour un carré de 7×7.

   - La contrainte des neuf carreaux isolés utilisée dans l'étape 2.
   - Le mode d'obtention des carreaux : utilisée dans les trois étapes.
   - La possibilité de dessiner dans le rectangle : si on supprime cette possibilité, la décomposition doit être l'objet d'une opération à part, probablement mentale.

   La nécessité de passer par un vendeur (étape 2) contraint l'élève à passer par une information numérique. Il ne peut pas s'en remettre à sa mémoire visuelle de la configuration. La règle des 9 carreaux isolés oblige les élèves à privilégier la décomposition dizaines-unités. L'obligation de passer par une commande écrite (étape 3) permettra aux élèves de faire le lien avec l'écriture du nombre : 5 paquets de dix et 3 unités donc 53.

5. **Expliquer pourquoi un rectangle initial de 3×7 ne serait pas approprié à l'activité.**(*2 pts*)
   Il n'est pas possible de paver un tel rectangle en respectant la contrainte de l'étape 2. Si on pose un rectangle 2×5, il reste 11 cases à paver, mais les pièces 2×5 et 1×10 ne le permettent pas. On induirait ainsi une décomposition additive : 21=10+11, ce qui est contraire à la décomposition 2×10+1 recherchée.



6. **Proposer une étape 4, en présentant l'objectif poursuivi et en justifiant les choix effectués.**(*3 pts*)
   - Afin de contraindre les élèves à compter, et à décomposer mentalement en dizaines et unités, on pourrait les empêcher de dessiner sur le rectangle par exemple en proposant des rectangles sombres.
   - On peut prolonger le principe de groupements et d'échanges en passant à un degré supplémentaire, en proposant des rectangles dont l'aire dépasse la centaine.
   - On peut utiliser un tableau "dizaines-unités" pour mettre en évidence le lien avec l'écriture : 5 d et 3 u pour 53 carreaux.
   - On peut tout simplement proposer une synthèse sur la décomposition "dizaines-unités" ou un exercice écrit de réinvestissement.