

**Session 2006**

**MAT-06-PG3**

*Repère à reporter sur la copie*

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES**

**Vendredi 12 mai 2006 - de 8h 30 à 11h 30**  
**Deuxième épreuve d'admissibilité**

**MATHÉMATIQUES**

**Durée : 3 heures**  
**Coefficient : 3**  
**Note éliminatoire 5/20**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 6 pages, numérotées de 1/6 à 6/6. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

***L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.***

***L'usage de la calculatrice est autorisé :*** Calculatrice électronique de poche y compris calculatrice programmable et alphanumérique ou à écran graphique à fonctionnement autonome non imprimante (cf. circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au B.O n° 42).

*Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.*

*Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.*

***N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.***

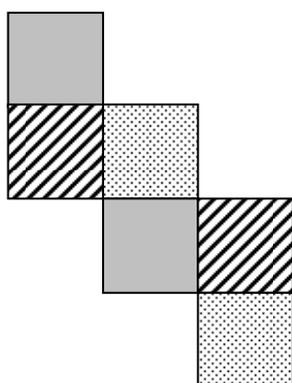
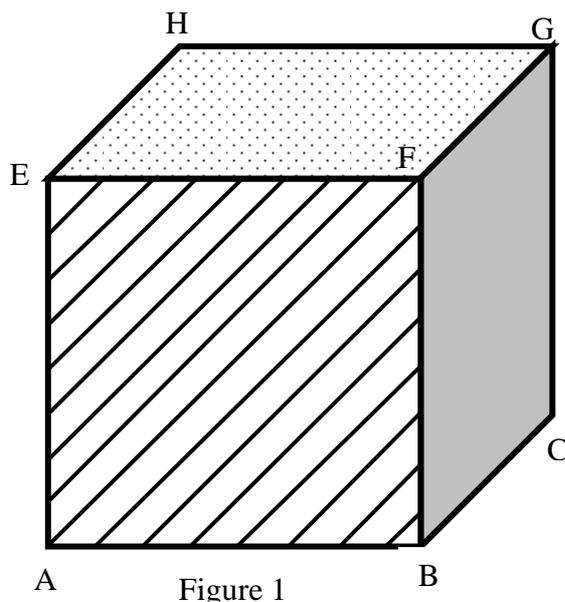
***Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.***

**EXERCICE 1** (4 points)

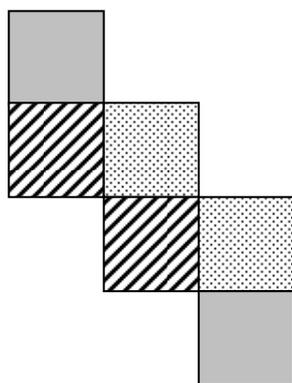
La figure 1 ci-contre représente un cube en bois ABCDHEFG dont les faces opposées sont décorées avec le même motif : hachures, points ou uni.

Le volume de ce cube est  $216 \text{ cm}^3$ .

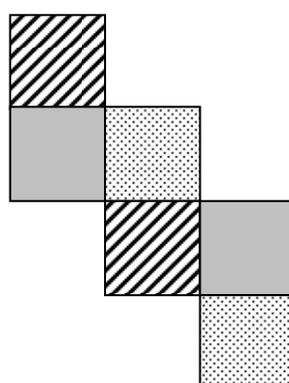
- 1) Nommer chaque face cachée de ce cube et indiquer son motif.
- 2) Parmi les patrons suivants quels sont ceux qui correspondent au cube ABCDHEFG ? Justifier la réponse.



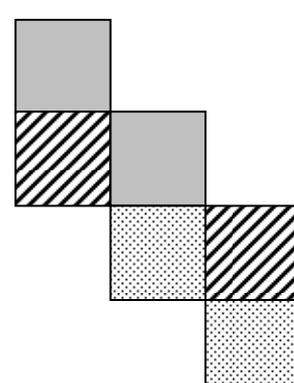
Patron n°1



Patron n°2



Patron n°3



Patron n°4

- 3) Le cube ABCDHEFG est scié en petits cubes identiques dont les arêtes sont 3 fois plus petites que celles du cube ABCDHEFG (cf. figure 2).

- a. Combien de petits cubes obtient-on ?
- b. Déterminer le volume d'un petit cube.
- c. En déduire la longueur des arêtes d'un petit cube et du grand cube ABCDHEFG.

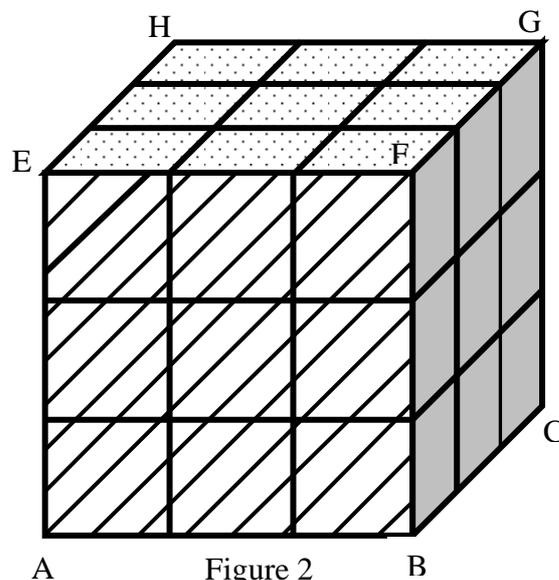


Figure 2

d. Ces petits cubes n'ont pas tous le même nombre de faces décorées. Reproduire et compléter le tableau suivant qui compte les cubes ayant le même nombre de faces décorées.

|                          |   |   |   |   |   |   |   |
|--------------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de faces décorées | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Nombre de petits cubes   |   |   |   |   |   |   |   |

e. Quel est le nombre total de petites faces décorées ?

4) Par assemblage et collage, on reconstitue le gros cube initial auquel on retire un petit cube à chacun de ses 8 sommets ; on obtient ainsi un nouveau solide.

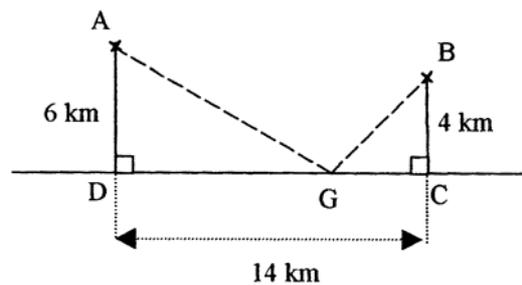
a. Calculer le volume de ce solide.

b. Calculer son aire.

### **EXERCICE 2** (4 points)

Deux villes A et B se situent du même côté d'une voie ferrée rectiligne (CD), comme l'indique le schéma ci-dessous.

On cherche où construire une gare G pour que le trajet de la ville A à la ville B en passant par la gare G soit le plus court possible.



- 1) Représenter les points A, B, C et D sur une figure pour laquelle 1cm correspond à 1km. Quelle est l'échelle de cette représentation ? Justifier la réponse.
- 2) Construire le point E symétrique du point B par rapport à la droite (CD).
- 3) On appelle F le point d'intersection des droites (AE) et (CD).  
Soit M un point quelconque du segment [DC] distinct du point F.  
Démontrer que  $AM + MB > AF + FB$ .
- 4) En déduire l'endroit où l'on doit construire la gare G.
- 5) Démontrer que :  $FD = \frac{3}{2} FC$ .
- 6) En déduire que  $FC = 5,6$  km.
- 7) Calculer, au mètre près, la longueur du trajet de la ville A à la ville B en passant par la gare G.

**Question complémentaire : Étude des documents 1 et 2 de l'annexe 1 (5 points)**

- 1) On considère d'abord le document 1.
  - a. Décrire deux procédures possibles des élèves en réponse à la question 1.
  - b. Quelle propriété le maître souhaite-t-il faire émerger en proposant cette situation ? Citer une difficulté qui peut faire obstacle à l'émergence de cette propriété ?
  - c. Pourquoi la consigne préalable aux questions 2, 3 et 4 précise-t-elle que la droite tracée ne doit pas être parallèle aux bords de la feuille ?
  - d. En prolongement de la question 4 du document 1, indiquer quel est l'ensemble constitué par tous les points situés à 7 cm de la droite ?
- 2) On considère maintenant le document 2 (copie d'écran).

Pour procéder à une synthèse de l'activité précédente, l'enseignant décide de projeter sur tableau blanc une figure réalisée avec un logiciel de géométrie dynamique. Le point  $P$  peut alors être déplacé sur la droite, et la distance  $AP$  s'affiche, comme sur la copie d'écran. Le point  $A$  et la droite peuvent également être déplacés.

Quel avantage peut apporter ce support, pour la connaissance visée, par rapport au dessin sur feuille des élèves ?

**EXERCICE 3 (4 points)**

- 1) On dispose de jetons bleus et de jetons rouges. Les jetons bleus ont pour valeur 3 points tandis que les jetons rouges ont pour valeur 7 points.
  - a. Pierre n'a que des jetons bleus et Jean n'a que des jetons rouges. Pierre doit donner 34 points à Jean. Comment Pierre et Jean peuvent-ils procéder ? Donner une solution.
  - b. Paul dit qu'il a 29 jetons qui représentent une valeur totale de 94 points. Que penser de l'affirmation de Paul ? Justifier la réponse.
  - c. Céline possède des jetons bleus et des jetons rouges pour une valeur totale de 34 points. Combien de jetons de chaque couleur possède-t-elle ? Trouver toutes les solutions.
- 2) Quel nombre maximum de rectangles de 3 cm de large et 7 cm de long peut-on effectivement obtenir en découpant une plaque rectangulaire de dimensions 21 cm et 34 cm ? Justifier la réponse.  
On pourra utiliser le résultat de la question 1) c.

**Question complémentaire (3 points)**

Observer les trois problèmes présentés dans l'annexe 2.

- 1) Dans quel cycle de l'école primaire ces problèmes pourraient-ils être traités ? Justifier la réponse.
- 2) Proposer deux erreurs différentes de procédure que pourraient commettre des élèves dans le problème n° 1.
- 3) Indiquer les principales étapes de la procédure que pourrait adopter un élève pour résoudre le problème n° 2.
- 4) Quelles connaissances supplémentaires par rapport aux deux problèmes précédents, la résolution du problème n° 3 suppose-t-elle ?

## ANNEXE 1 :

**Document 1 :** Extrait d'un manuel de cycle 3 (*Cap Maths*, éd. Hatier, 2004.)

1) Place, sur la droite, le point qui est le plus proche du point A (le dessin ci-contre est une réduction d'une fiche format A4 fournie aux élèves) :

**Pour les questions 2, 3 et 4, utilise à chaque fois une feuille de papier uni et trace une droite. La droite que tu traces ne doit pas être parallèle aux bords de la feuille.**

A

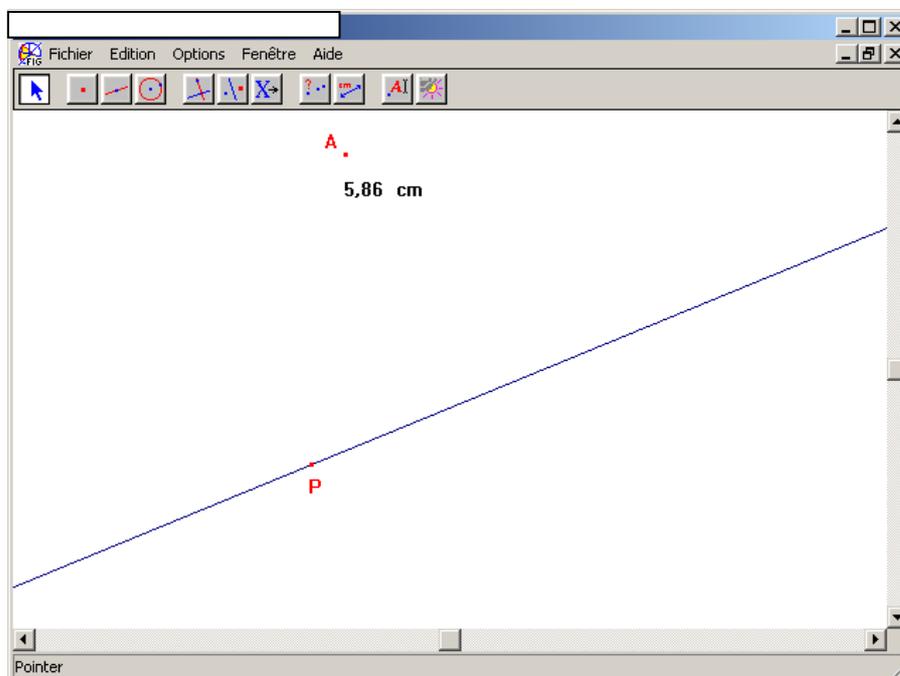
2) Avec ton équipe, propose une méthode qui permet de placer, du premier coup, un point qui est exactement à 7 cm de la droite.

3) Place un point en dehors de la droite, nomme-le A.

Comment faire pour déterminer rapidement le point de la droite qui est le plus proche du point A ?

4) Place rapidement et avec précision 24 points à 7 cm de la droite.

**Document 2 :** Copie d'écran (logiciel de géométrie dynamique)



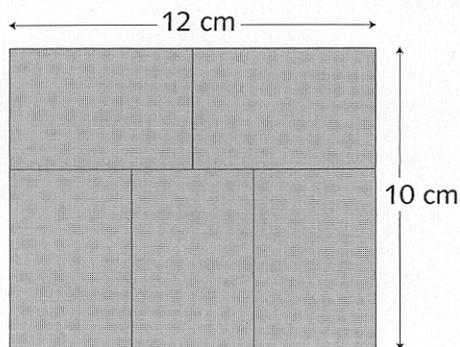
## ANNEXE 2 :

Extrait d'un manuel de la collection *Cap maths* éd. Hatier, 2004

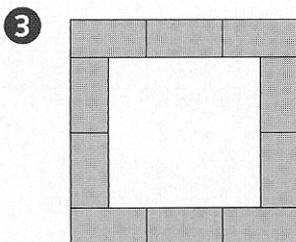
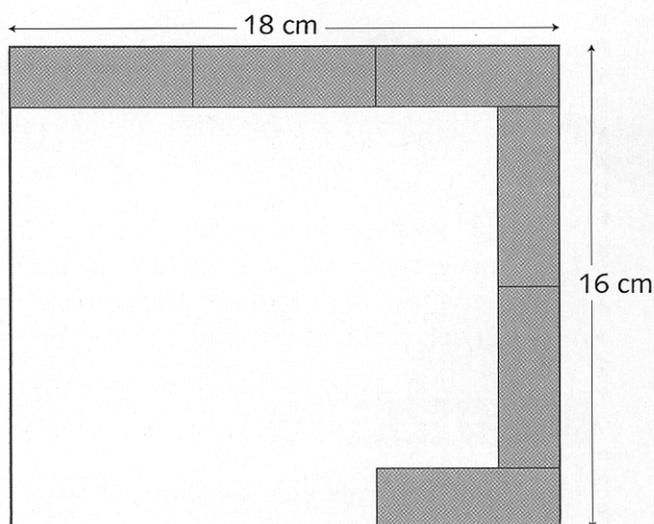
Les étiquettes mentionnées ci-dessous ne sont pas reproduites en couleur. Cela n'a aucune incidence dans le traitement des questions posées.

### Quelles sont les mesures des étiquettes ?

- ① Les étiquettes oranges qui constituent ce rectangle sont toutes identiques. Le dessin n'est pas en vraie grandeur. Trouve la longueur et la largeur de chaque étiquette.



- ② Les étiquettes bleues déjà placées sur ce rectangle sont toutes identiques. Le dessin n'est pas en vraie grandeur. Trouve la longueur et la largeur de chaque étiquette.



Ces étiquettes roses, toutes identiques, sont disposées à l'intérieur d'un carré. Le périmètre de ce carré mesure 96 cm. Le dessin n'est pas en vraie grandeur.

- Trouve la longueur et la largeur de chaque étiquette.
- Trouve le périmètre du carré blanc.